La double fausse position chez les Arabes

Extrait du texte attribué à Abraham ibn Ezra

(Tolède, vers 1089 - Rome, vers 1167)

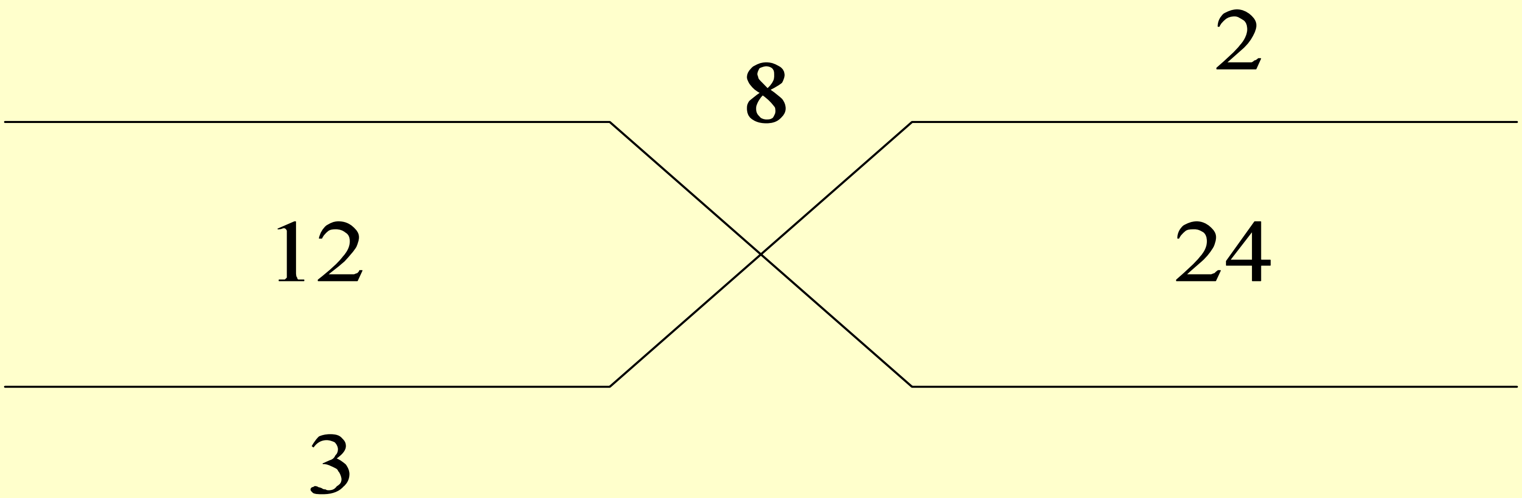
Livre sur l’agrandissement et la diminution nommé le calcul de la conjecture d’après ce que les sages de l’Inde ont établi et qu’Abraham a rassemblé et composé selon le livre appelé indien.

Après la louange à Dieu, voici ce qu’il est dit. J’ai écrit ce livre selon ce que les sages de l’Inde ont découvert à propos du calcul de la conjecture, en examinant attentivement et en étudiant ce qui est utile en soi, en persévérant dans cette direction et en saisissant l’application pratique. De cela donc, voici ce qu’il vient :

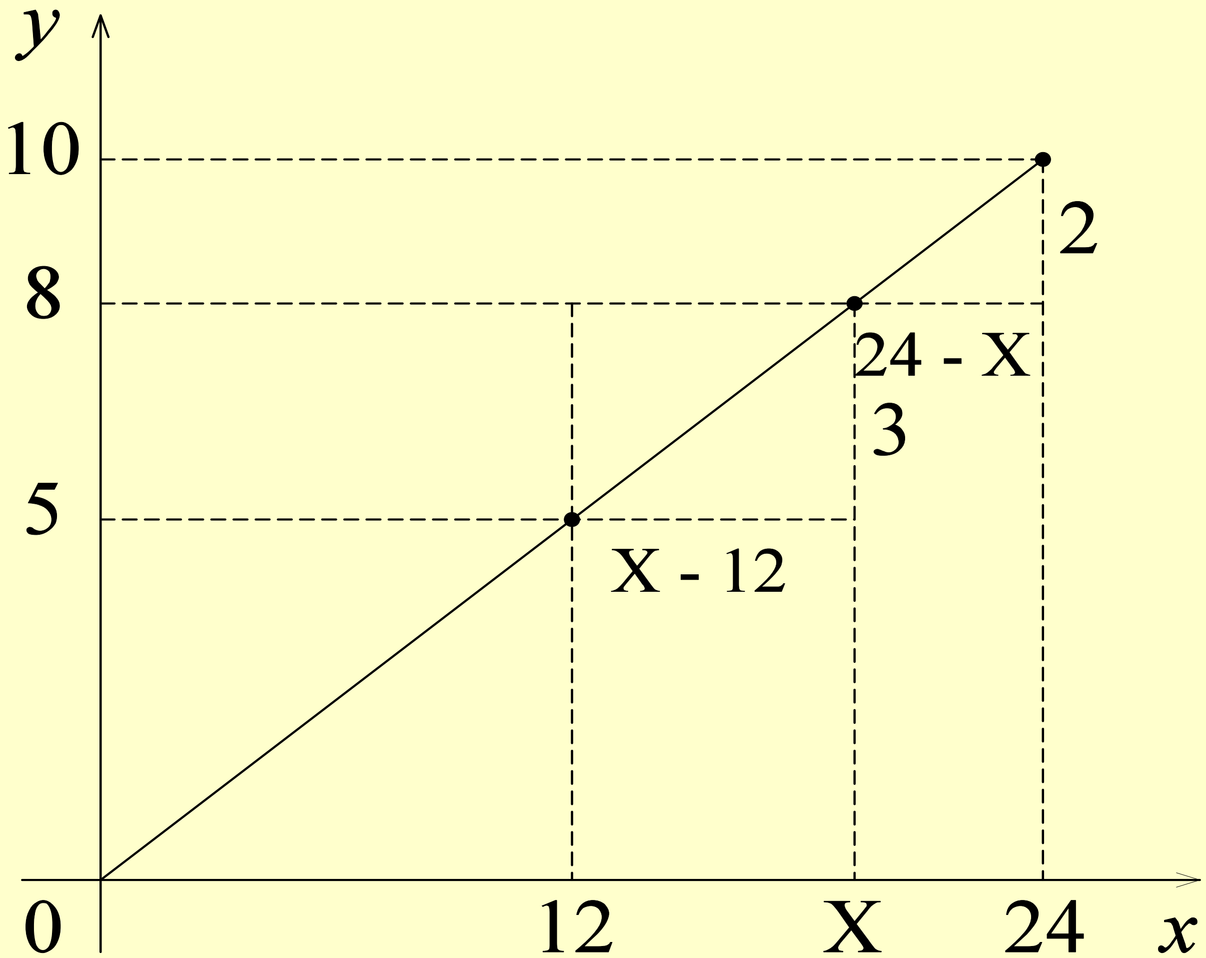
Soit un *census* dont on ôte un tiers et un quart et il reste huit. Que vaut le *census*? Pour aborder son calcul, suppose un plateau de balance de douze dont on considère un tiers et un quart; tu ôtes ce tiers et ce quart qui font sept, il restera cinq. Compare alors à huit, à savoir le reste du *census* et et il t'apparaîtra clairement que tu as fait une erreur de trois en déficit : mets cela de côté et suppose ensuite que tu places sur le plateau une seconde quantité, divisée par la première, que ce soit vingt-quatre, et ôte le tiers et le quart qui font quatorze, il restera dix. Compare alors cela à huit, à savoir le reste du census. Et c'est ainsi qu'il t'apparaîtra clairement que tu as commis une erreur de deux en plus. Multiplie donc l'erreur du dernier plateau de la balance qui vaut deux par le premier plateau qui vaut douze et il viendra 24. Et multiplie l'erreur du premier plateau, erreur qui vaut trois, par le dernier plateau, qui vaut 24, et on obtiendra 72. Additionne donc 24 et 72, et cela car l'une des erreurs est par défaut et l'autre par excès. Mais si les deux étaient par défaut ou par excès, tu soustrairais la plus petite de la plus grande. Donc, après avoir ajouté vingt-quatre et septante-deux, le résultat sera nonante-six; ensuite ajoute les deux erreurs qui valent trois et deux, il viendra cinq; ensuite donc nonante-six par 5 qui est ce à quoi on est arrivé, il te viendra dix-neuf drachmes et un cinquième de drachme.

Soit un *census* dont on ôte un tiers et un quart et il reste 8. Que vaut le *census*? Pour aborder son calcul, suppose un plateau de balance de 12 dont on considère un tiers et un quart; tu ôtes ce tiers et ce quart qui font 7, il restera 5. Compare alors à 8, à savoir le reste du *census* et et il t'apparaîtra clairement que tu as fait une erreur de 3 en déficit : mets cela de côté et suppose ensuite que tu places sur le plateau une seconde quantité, divisée par la première, que ce soit 24, et ôte le tiers et le quart qui font 14, il restera 10. Compare alors cela à 8, à savoir le reste du census. Et c'est ainsi qu'il t'apparaîtra clairement que tu as commis une erreur de 2 en plus. Multiplie donc l'erreur du dernier plateau de la balance qui vaut 2 par le premier plateau qui vaut 12 et il viendra 24. Et multiplie l'erreur du premier plateau, erreur qui vaut 3, par le dernier plateau, qui vaut 24, et on obtiendra 72. Additionne donc 24 et 72, et cela car l'une des erreurs est par défaut et l'autre par excès. Mais si les deux étaient par défaut ou par excès, tu soustrairais la plus petite de la plus grande. Donc, après avoir ajouté 24 et 72 , le résultat sera 96 ; ensuite ajoute les deux erreurs qui valent 3 et 2, il viendra 5 ; ensuitre donc 96 par 5 qui est ce à quoi on est arrivé, il te viendra 19 drachmes et un cinquième de drachme.

Règle des plateaux de la balance



Explication de la règle



$$(24 - X)/ (X - 12) = 2/3$$

$$(24 - X)/(X - 12) = 2/3$$

$$2.(X - 12) = 3.(24 - X)$$

$$2.X - 2.12 = 3.24 - 3.X$$

$$2.X + 3.X = 2.12 + 3.24$$

$$(2 + 3).X = 2.12 + 3.24$$

$$X = (2.12 + 3.24)/(2 + 3)$$

Par cette règle, il s'ensuit que tu poses douze pour la chose inconnue et tu ôtes son tiers et son quart et il restera cinq ; comment récupérer douze?

La chose effectivement inconnue.

Il faut en fait deux et deux cinquièmes : multiplie donc deux et deux cinquièmes par huit et il viendra dix-neuf et un cinquième.

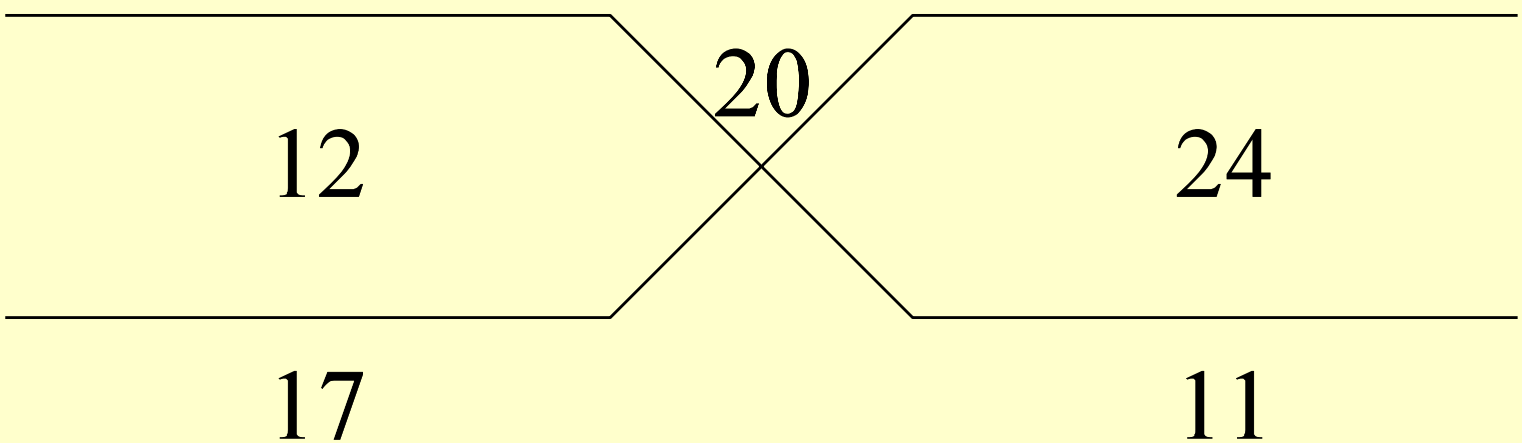
x	$x - x/3 - x/4$
12	5
19 1/5	8

$$19\ 1/5 \xleftarrow{} 8$$

x 2 2/5

Si quelqu'un disait : soit un *census* duquel on enlève son tiers et quatre drachmes et le quart de ce qu'il reste, et le résidu fait vingt drachmes. Suppose donc une balance de douze dont on considère un tiers et un quart; ôte son tiers et il reste huit drachmes. Ensuite continue à en retirer quatre drachmes et il reste quatre ; après cela, enlève le quart de ce qu'il reste et il restera trois. Ces trois, tu les compares alors aux vingt qui restaient du *census.* Ainsi tu as commis une erreur de dix-sept par défaut. Ensuite considère un second plateau, divisé par le premier, que ce soit vingt-quatre, et ôtes-en le tiers qui vaut huit. Il restera seize ; ensuite diminue de quatre drachmes et il restera douze ; enlève enfin le quart de ce qu'il reste, qui vaut trois et il restera neuf. Compare-les alors aux mêmes vingt : tu as ainsi commis une erreur de onze par défaut. Multiplie donc l'erreur du dernier plateau qui vaut onze par le premier plateau qui vaut douze et tu arriveras à cent trente-deux. Ensuite multiplie l'erreur du premier plateau, qui vaut dix-sept, par le dernier plateau, qui vaut vingt-quatre, et tu arriveras à quatre cent huit ; ensuite soustrais le plus petit des deux nombres du plus grand d'entre eux parce que les deux erreurs étaient par défaut. Ainsi tu soustrais cent trente-deux de quatre cent huit et il restera deux cent septante-six ; ensuite soustrais le plus petit des deux nombres du plus grand d'entre eux , c'est-à-dire onze de dix-sept et il restera six ; divise alors deux cent septante-six par six et il te viendra quarante-six qui est la valeur du *census* que tu veux connaître.

Règle des plateaux de la balance



La règle de ceci est aussi la suivante. Tu considères la chose et tu lui enlèves son tiers et quatre drachmes et il restera deux tiers de la chose moins quatre drachmes. Soustrais alors le quart des deux tiers de la chose moins quatre drachmes, ce qui fait un sixième de la chose et une drachme, et il restera la moitié de la chose moins trois drachmes, qui sont égaux à vingt.

Ajoute donc trois à vingt ; et cela fera vingt-trois ; tu auras donc la moitié de la chose qui vaut vint-trois. Par conséquent, la chose est égale à quarante-six.

$$x - x/3 - 4 - 1/4\,(x - x/3 - 4) = 20$$

$$2/3\,x - 4 - 1/6\,x + 1 = 20$$

$$1/2\,x - 3 = 20$$

$$1/2\,x = 23$$

$$x = 46$$

Question deuxième. S'il est dit : soit un census dont on ôte quatre drachmes et le quart de ce qu'il reste, et il en est resté douze.

Considère donc la chose et soustrais-en quatre drachmes. Tu as donc la chose moins quatre drachmes. Alors soustrais-en le quart et il restera trois quarts de la chose moins trois drachmes qui sont égaux à douze. Ajoute donc trois et douze, cela fera quinze. Par conséquent, tu as trois quarts de la chose qui valent quinze. D'où la chose égale vingt.

$$x - 4 - 1/4\,(x - 4) = 12$$

$$3/4\,x - 4 + 1 = 12$$

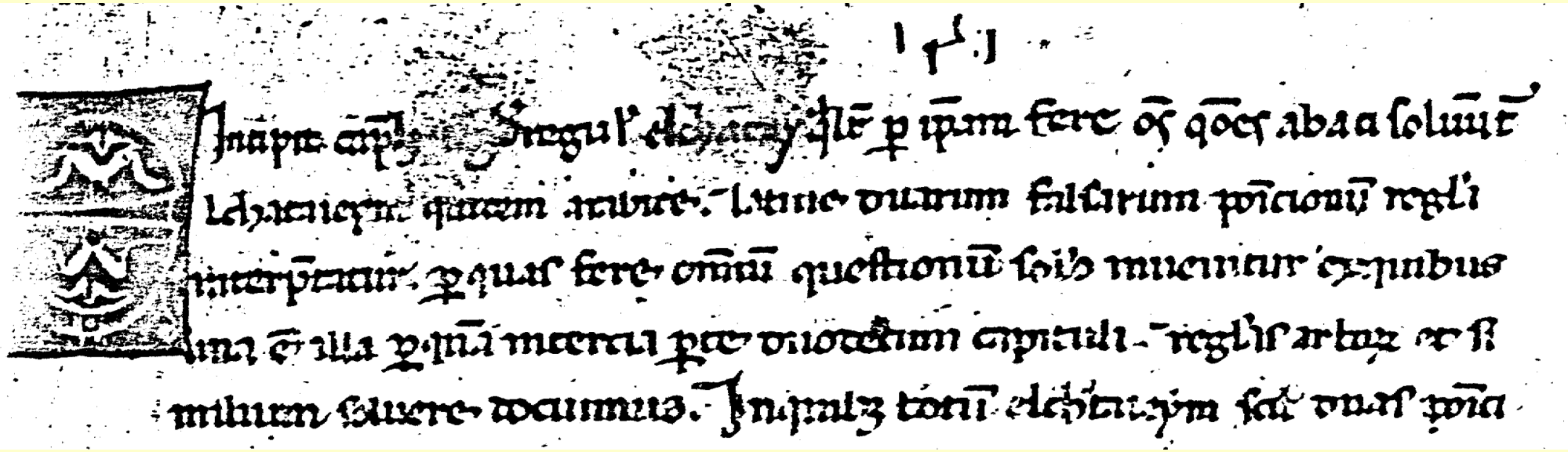
$$3/4\,x - 3 = 12$$

$$3/4\,x = 15$$

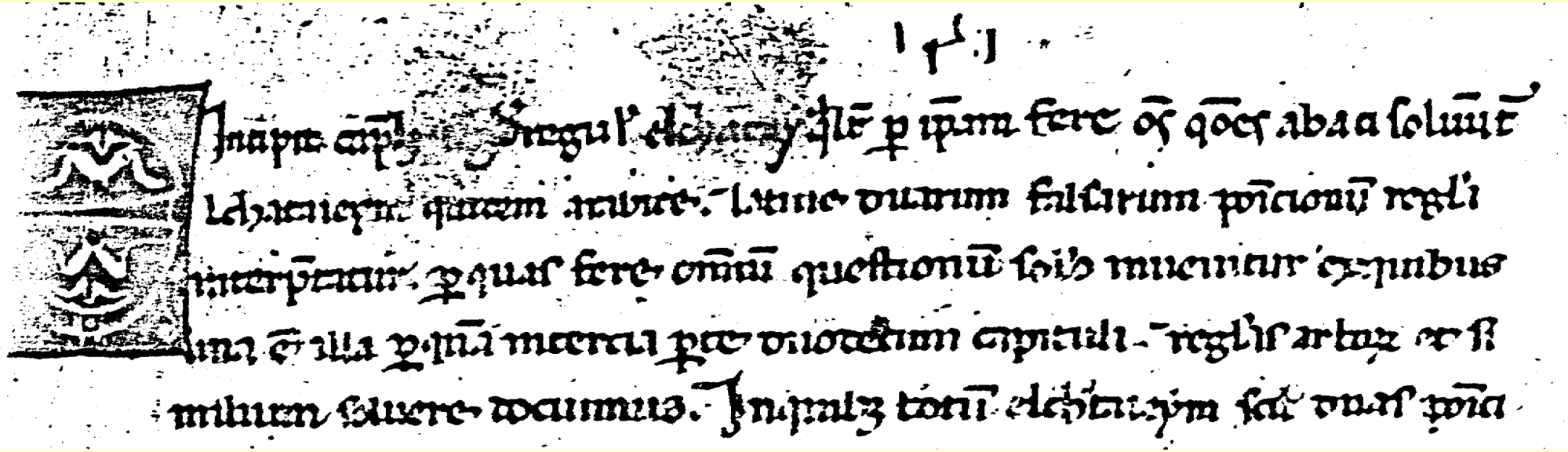
$$x = 20$$

Autres témoignages chez Leonardo Fibonacci et Luca Pacioli

Leonardo Fibonacci



Elchataieym en arabe, _duarum falsarum positionum regula_ en latin. C’est grâce à elle qu’on trouve la solution de presque tous les énoncés.



Incipit capitulum 13 de regulis elchatayn qualiter per ipsam fere omnes questiones abaci soluuntur

Elchataieym **quidem arabice latine,** ***duarum falsarum positionum regula*** **interpretatur per quas fere omnium questionum solutio inuenitur ex quibus una est illa per quam in tercia parte duodecimi capituli regulas arborum et similium soluere docuimus.**

Luca Pacioli

Coſtumaſe ĩ la pratica ꝺ arithmetica ouer numeri ſoluerſe mol
te e varie queſtioni per certa regola ditta El cataym. Quale (ſe
condo alcuni) e vocabulo arabo. E in noſtra lengua ſona quã
to che a dire regola delle doi falſe poſitioni. Per la quale quaſi
tutte le queſtioni ſi poſſono ſoluere: maxime quelle che a trafi
co apartengano: doue non ſe ha communamente a intromet
tarſe radici de alcuna ſorte. De la qual regola intendo qui ſequẽ
te trattare: e apertamente chiarire el modo de ſuo procedere: e
de ſue differentie: e anche (che piu ſira) di tal modo operatiuo
el ſuo fondamento donde proceda. Qual certamẽte molto e da
hauere in ſtima: per eſſere de gentile perſcrutatione. E acio cõ
ordine ſia el noſtro proceſſo: prima diremo di tal modo ditto el
cataym la ſua differentia. Ponendo ſempre al noſtro dire. Exempli euidenti: ꝑ li quali ſe ha
bi a iprẽdere.

Il est habituel, dans la pratique de l'arithmétique ou des nombres, de résoudre des problèmes nombreux et variés au moyen d'une certaine règle dite *El cataym*. Cette appellation (selon certains) est d'origine arabe. Et dans notre langue, on l'appelle règle des deux fausses positions. Grâce à laquelle pratiquement toutes les questions peuvent trouver une solution : la plupart d'entre elles font partie des problèmes courants où d'habitude, ne viennent se mêler des radicaux d'aucune sorte. C'est de cette règle que j'entends traiter dans ce qui suit afin de rendre claire la manière de l'utiliser...