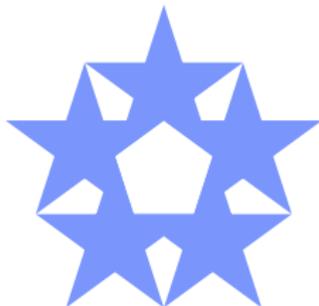


Variations sur la boîte du pâtissier



CREM

Centre de Recherche sur l'Enseignement
des Mathématiques

Plan

- Exploiter la boîte du pâtissier dans des activités de modélisation
- Se poser des questions
 - pratiques
 - de mathématicien (existence et unicité)
- Proposer des pistes d'activités en classe



Construire une boîte du pâtissier à partir d'une feuille A4

- selon un plan avec des schémas et du texte,
- ou avec les symboles de l'origami,
- éventuellement à l'aide de vidéos disponibles sur internet :
 - www.senbazuru.fr
 - www.origami.c.la.



Pli vallée



Pli montagne



Flèche pleine

Plier par devant



Flèche vide

Plier par derrière



Double flèche vide/pleine

Plier puis déplier

Deux boîtes constructibles à partir d'une feuille A4



Sylvie souhaite disposer d'une jolie boîte colorée pour y ranger les serviettes en papier qu'elle utilise à table.

Ses serviettes sont carrées, de 15 cm de côté. Elle souhaite construire une boîte du pâtissier avec un fond carré pour y mettre ses serviettes. Comme il faut un peu d'espace entre le bord intérieur de la boîte et les serviettes, elle prévoit un fond de 15,4 cm de côté.

Quelles sont les dimensions de la feuille de papier pour réaliser cette boîte ?

Construire des boîtes à fond carré gigognes.

Construire des boîtes à fond carré gigognes.

Construire la boîte à fond carré le plus grand possible à partir d'une feuille A4.

Quelques procédures pour le problème du fond carré quand les dimensions du fond ne sont pas imposées
(CM2-5^e primaire et formation d'instituteurs, après avoir construit une boîte dans une feuille A4) :

- faire le pliage à partir d'une feuille carrée ;
- mesurer les dimensions de la boîte à fond presque carré de la phase précédente et enlever la différence à la largeur de la feuille ;
- déplier une boîte déjà construite et étudier les plis ;
- construire un carré au centre d'une feuille et le compléter par les bandes nécessaires à la construction par pliage.

Fanny la bibliothécaire souhaite elle aussi une jolie boîte pour y ranger une série de CD-ROM. La boîte devrait avoir un fond de $14 \text{ cm} \times 12 \text{ cm}$ et une hauteur de 10 cm .

Quelles sont les dimensions de la feuille de papier pour réaliser cette boîte ?

Pour construire une boîte avec un fond de $6 \text{ cm} \times 13 \text{ cm}$, de quelles feuilles peut-on partir ?

Construire une boîte avec une hauteur de 5 cm et un fond de $8 \text{ cm} \times 14 \text{ cm}$.

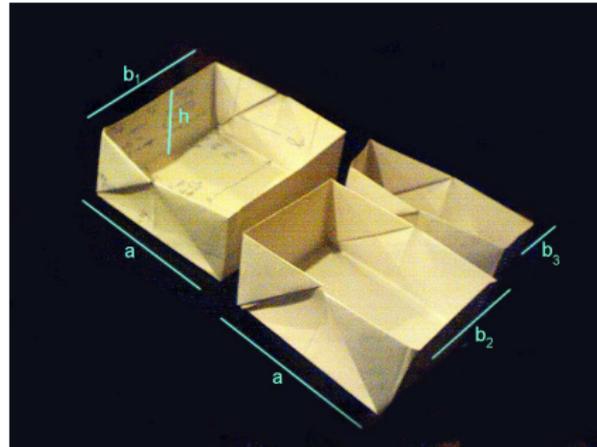
Pour construire une boîte avec un fond de $6 \text{ cm} \times 13 \text{ cm}$, de quelles feuilles peut-on partir ?

Construire une boîte avec une hauteur de 5 cm et un fond de $8 \text{ cm} \times 14 \text{ cm}$.

Synthèse :

La hauteur de la boîte est toujours la moitié d'une des dimensions du fond.

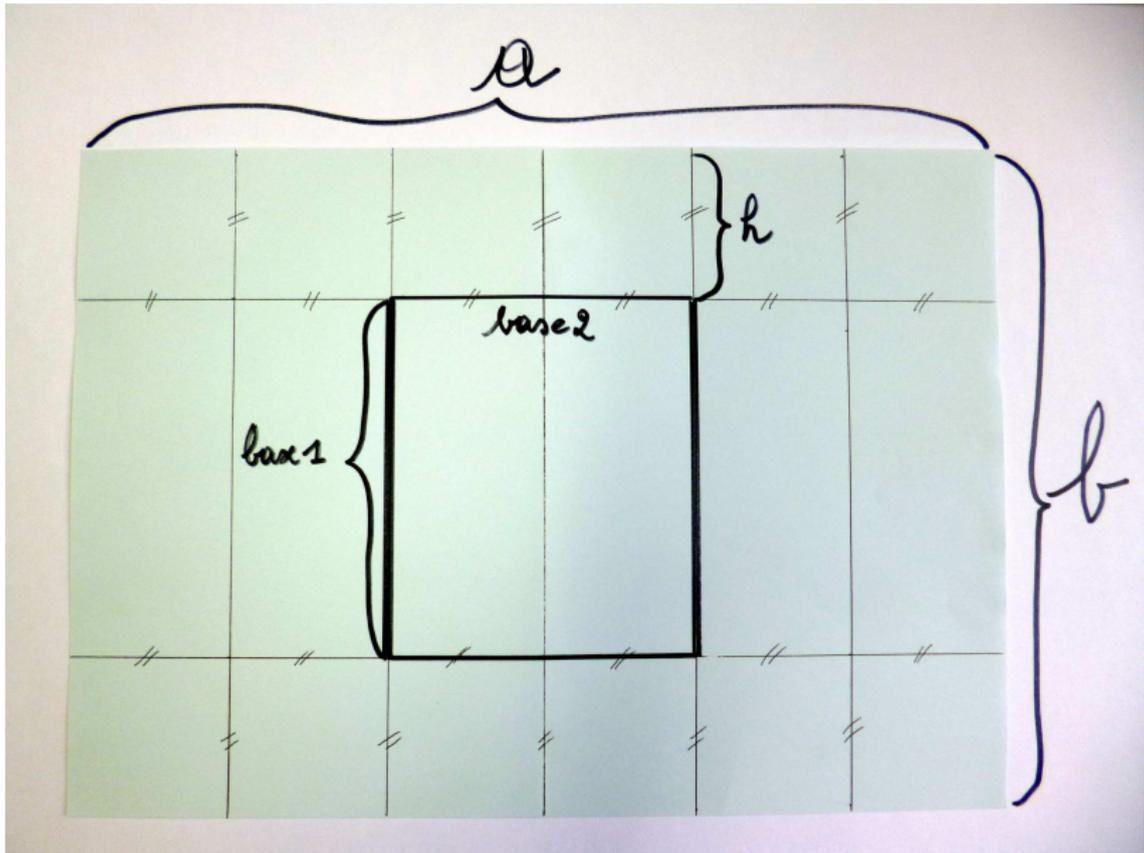
Si on a découpé la première boîte dans une feuille rectangulaire (par exemple de format A4), quelles sont les dimensions des feuilles pour la compartimenter avec deux boîtes dont un côté du fond vaut les deux tiers de celui de la première pour l'une, le tiers pour l'autre ?



d'après : <http://www.origami.c.la>

Peut-on toujours construire deux boîtes à partir de n'importe quelle feuille rectangulaire ?

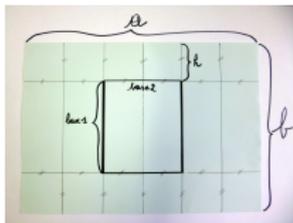
Et pourquoi ?



Une feuille rectangulaire de dimensions a et b avec les premiers plis parallèles à b permet de construire une boîte du pâtissier dont les côtés du fond sont $base1$ (parallèle à b) et $base2$.

$$\text{hauteur } h = \frac{base2}{2}.$$

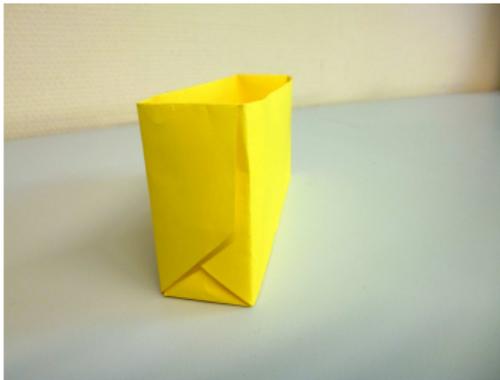
$$\begin{cases} a = 3 \cdot base2 \\ b = base1 + base2 \end{cases}$$



$$\begin{cases} base1 = b - \frac{a}{3} \\ base2 = \frac{a}{3} \end{cases}$$

Comment modifier le procédé de construction pour obtenir à partir d'une feuille A4 une boîte de hauteur plus petite ou plus grande que celle du pâtissier ?

Phase de créativité, peut-être d'autres propositions que les nôtres !



Hauteur diminuée

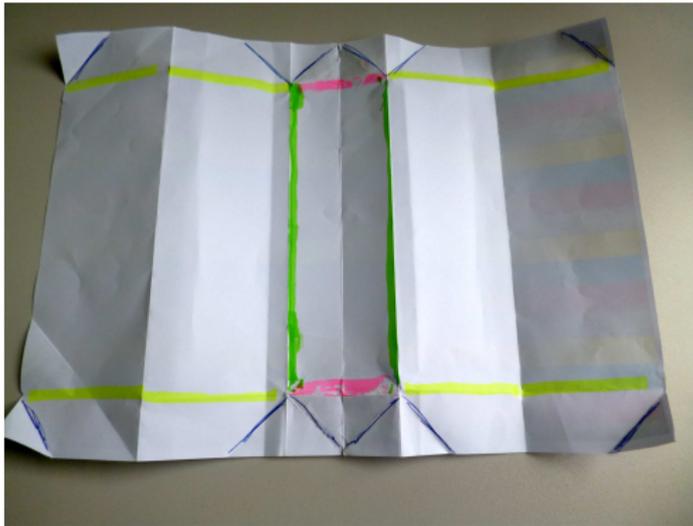


$$\left\{ \begin{array}{l} h \leq \frac{a}{6} \\ \text{base1} = b - 2h \\ \text{base2} = a - 4h \end{array} \right.$$

Hauteur augmentée - version I

Les plis non parallèles aux côtés de la feuille
sont les diagonales d'un carré de côté de longueur

$$= \min\left\{h, \frac{\text{base2}}{2}\right\}$$

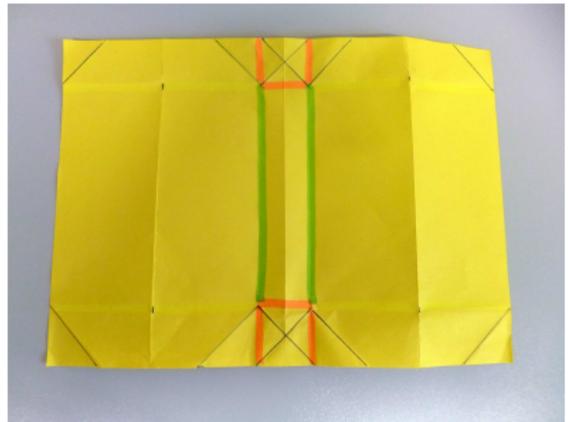
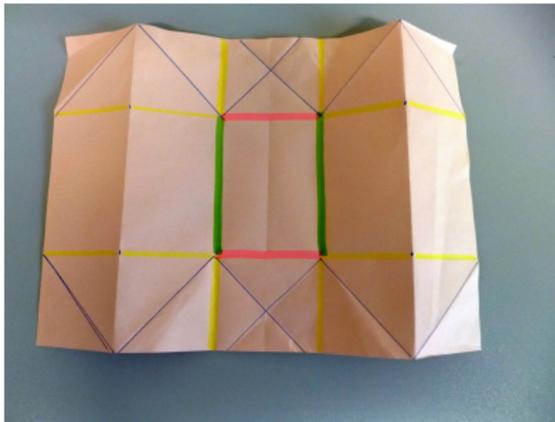


$$\left\{ \begin{array}{l} h \geq \frac{a}{6} \\ \text{base1} = b - (a - 4h) \\ \text{base2} = a - 4h \end{array} \right.$$

Hauteur augmentée - version II

Les plis non parallèles aux côtés de la feuille
sont les diagonales d'un carré de côté de longueur

$$= \min\{h, \text{base2}\}$$



En utilisant un procédé adapté pour construire une boîte de hauteur variable, quelles sont les dimensions des boîtes constructibles à partir d'une feuille A4 ?

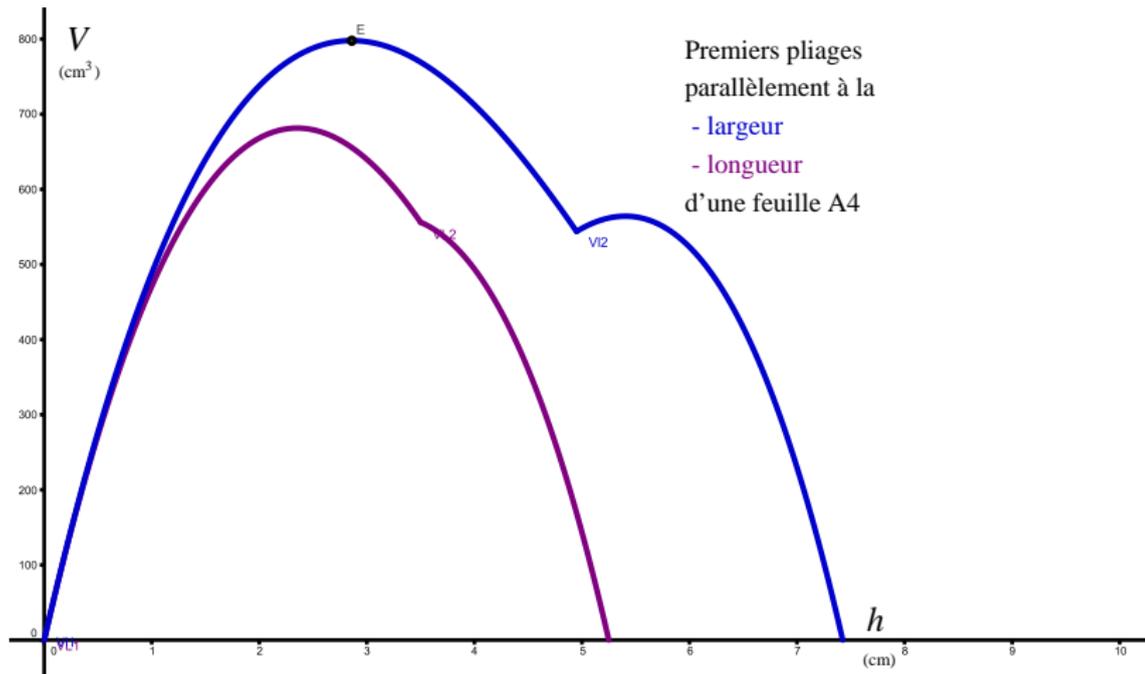
Hauteur \ 1^{ers} plis	// à la largeur	// à la longueur
diminuée
Boîte du pâtissier (en cm)	$h = 4,95$ $base1 = 11,1$ $base2 = 9,9$	$h = 3,5$ $base1 = 22,7$ $base2 = 7$
augmentée

Et pour une feuille A4 avec la version I, on obtient

	1 ^{ers} plis // à la largeur	1 ^{ers} plis // à la longueur
Hauteur diminuée (en cm)	$\begin{cases} h \leq 4,95 \\ base1 = 21 - 2h \\ base2 = 29,7 - 4h \end{cases}$	$\begin{cases} h \leq 3,5 \\ base1 = 29,7 - 2h \\ base2 = 21 - 4h \end{cases}$
Hauteur augmentée (en cm)	$\begin{cases} h \geq 4,95 \\ base1 = 4h - 8,7 \\ base2 = 29,7 - 4h \end{cases}$	$\begin{cases} h \geq 3,5 \\ base1 = 8,7 + 4h \\ base2 = 21 - 4h \end{cases}$

On peut par exemple chercher la boîte de volume maximal.

Graphique du volume d'une boîte construite avec la version I dans une feuille A4 en fonction de sa hauteur



En guise de conclusion

Ces problèmes peuvent

- être source d'apprentissage pour les élèves qui peuvent
 - s'engager dans des stratégies de résolution,
 - en contrôler par eux-même la validité ;
- illustrer l'activité mathématique par
 - l'examen de cas particuliers, de cas limites, ...
 - la généralisation d'une question,
 - la modélisation d'une situation.

- Origamis

Plis de base de l'origami www.chine-culture.com

Caillotte ou boîte du pâtissier www.senbazuru.fr

Boîtes emboîtées www.origami.c.la

- Boîte du pâtissier

- IREM Grenoble, *Grand N* n° 50 pp. 5-10, 1991-1992.
- Compte-rendu d'activité FI et FC d'instituteurs, Catherine HOUDEMONT et Marie-Lise PELTIER (PEN Rouen), 1991.
- Il était une fois la boîte de pâtissier, Jacques CHAPPAZ, Florence MICHON, IREM Grenoble, *Grand N* n° 72, pp. 19-32, 2003.
- Académie de Créteil, Situations de recherche au collège, 2008.

Merci pour votre attention
et votre participation,



e-mail : info@crem.be

site web : www.crem.be