Différentes façons d'envisager la résolution de problèmes dans l'enseignement des mathématiques à l'école primaire

Annick Fagnant
Docteur en Sciences de l'Education
Collaboratrice scientifique - EMACS
Université du Luxembourg
annick.fagnant@uni.lu

Séminaire organisé par le CREM - 1er avril 2009

- « *Faire des mathématiques, c'est résoudre des problèmes* »,
- *« Apprendre à résoudre des problèmes, c'est essentiel en mathématiques »*
- *« C'est par la résolution de problèmes que l'élève apprend les mathématiques »…*

⇔ La résolution de problèmes est au cœur des mathématiques, de leur enseignement et de leur apprentissage. Mais de quoi parle-t-on exactement ?

- *« Situations-problèmes », « problèmes d'application », « problèmes de recherche », ….*

⇔ Les terminologies sont nombreuses pour faire mention de l'enseignement / apprentissage « par » (ou « de ») la résolution de problèmes.

Organisation du séminaire

- **Pour commencer… se jeter d'emblée à l'eau**
- **A l'origine : deux influences théoriques importantes**
  - La perspective socio-constructiviste et le concept de situation-problème
  - La psychologie cognitive et les travaux menés dans le domaine du traitement de l'information et de la résolution de problèmes
- **Pour aller plus loin et pour nuancer…**
  - Pour en savoir un peu plus sur les situations problèmes
  - Les problèmes ouverts ou problèmes pour apprendre à chercher
  - La modélisation et la résolution de problèmes d'application (les travaux menés à la KUL)
  - Résoudre des problèmes : pas de problèmes (la construction d'outils didactiques par l' équipe de recherche de l'ULg).

Se jeter d'emblée à l'eau

Par groupe, vous recevez 7 tâches qui pourraient être proposées à des élèves du primaire…

1. Comment qualifieriez-vous chacune de ces tâches ?
2. Quel(s) objectifs pourraient-elles viser ?

- Environ 10 minutes pour découvrir et qualifier les tâches
- Mise en commun ⇔ construction d'un tableau de synthèse (Exploitation tout au long de l'exposé)

Tableau de synthèse

	Gr1	Gr2	Gr3	Gr4	Gr5	Gr6
T1						
T2						
T3						
T4						
T5						
T6						
T7						

Deux influences théoriques importantes

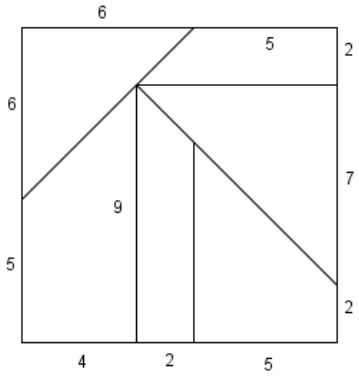
1. Le concept de situation-problème dans la perspective socio-constructiviste
2. La résolution de problèmes dans les recherches en psychologie cognitive

Le concept de situation-problème dans la perspective socio-constructiviste

- Le concept de situation-problème a fait son apparition dans les années 70 dans le domaine de la recherche en didactique des mathématiques (*en France et dans le monde francophone essentiellement).*
- Selon Pallascio (2005), cette approche est liée à une conception instrumentale des mathématiques : les mathématiques sont perçues comme des instruments créés par les êtres humains pour résoudre des problèmes qui se posent à eux.
- Le rôle de l'enseignant est alors de placer les élèves face à une situation « potentiellement riche en création d'instruments mathématiques. Cette méthodologie inverse les deux moments canoniques de l'enseignement traditionnel. Le problème précède l'explication notionnelle au lieu de lui succéder » (Charlot, 1976, cité par Pallascio, 2005, p. 32).

- L'activité le « puzzle » créée par le didacticien français Guy Brousseau est sans doute l'exemple le plus connu de ce type de situation.
- « Brousseau se sert des concepts de 'situation a-didactique' (au sens où disparaît l'intention d'enseigner prise dans son sens étroit d'instruire) et de 'dévolution' (remise de l'intentionnalité de la situation entre les mains de l'élève) pour montrer l'importance de l'activité de l'élève en situation d'apprentissage et il en fait d'ailleurs une condition essentielle au développement conceptuel de type socio-constructiviste » (Pallascio, 2005, p. 33).
- Les situations-problèmes interviennent en début d'apprentissage et se distinguent des problèmes d'application qui eux interviennent plus tard dans le processus.
- L'objectif des situations-problèmes est d'introduire de nouvelles connaissances alors que le but des problèmes d'application est d'utiliser et d'entraîner les nouvelles connaissances.

Le Puzzle de Brousseau



Les élèves étant en groupes de 4 ou 5, il s'agit d'agrandir ce puzzle de manière que le segment qui mesure 4 cm sur le puzzle originel mesure 7 cm sur le puzzle agrandi.

Chaque membre du groupe agrandit une pièce différente …

Les étapes du travail par situation-problème (Pallascio, 2005)

1. Les consignes de l'enseignant	• conditions de travail • énoncé de la situation-problème • produit attendu
2. Le travail en équipe	• au centre de l'activité d'apprentissage dans une situation-problème
3. La communication	• présentation par les différentes équipes des productions réalisées et du cheminement poursuivi
4. La synthèse des élèves	• consignation des acquisitions conceptuelles et procédurales
5. La synthèse de l'enseignant	• institutionnalisation des savoirs [l'« effet-miroir », selon Antoine (1999)]

La résolution de problèmes dans les recherches en psychologie cognitive

- Selon Schoenfeld (2007), les résultats de plus de deux décennies de recherches ont permis :
  - de montrer que les stratégies heuristiques générales pouvaient être décomposées en stratégies plus spécifiques et qu'il était possible, grâce à un enseignement approprié, d'apprendre aux élèves à utiliser ces stratégies.
  - L'importance de la métacognition (particulièrement des processus de monitoring et d'auto-régulation) a également été clairement établie.
  - Par ailleurs, les recherches se sont également intéressées aux croyances, des élèves, ainsi qu'au rôle joué par leurs expériences antérieures.
  - Plusieurs études ont également pu démontrer l'efficacité d'un enseignement axé sur la résolution de problèmes.
- Ces recherches ont eu un impact important sur le développement du curriculum et des standards de performances aux USA (Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics, NCTM, 1989).

Quelques constats principaux (Tardif, 1992) :

(1) l'étape de représentation de la situation est une phase cruciale de la résolution de problèmes ;

(2) les stratégies métacognitives de régulation et de contrôle jouent elles aussi un rôle important et

(3) on n'est pas un expert au sens absolu du terme mais en fonction des situations rencontrées, dans la mesure où les connaissances spécifiques occupent une place centrale (la personne doit avoir dans sa mémoire à long terme les connaissances spécifiques pour traiter de manière significative le problème).

En guise de synthèse…

- Les travaux d'inspiration socio-constructiviste portent essentiellement sur *la résolution de problèmes en tant que modalité pédagogique*
  ⇔ les situations-problèmes sont une méthode d'enseignement / apprentissage qui permet de construire les concepts et les procédures en leur donnant du sens
- Les travaux liés aux approches cognitives se sont essentiellement intéressées *au processus même de résolution de problèmes*, ainsi qu'à l'enseignement et à l'apprentissage de *stratégies efficaces de résolution.*

Les deux approches sont complémentaires : le travail par situations-problèmes devrait engendrer le développement de certaines compétences en résolution de problèmes et le développement de la modélisation mathématique (apprendre à résoudre des problèmes d'application diversifiés et réalistes) devrait aider à donner du sens aux concepts et aux procédures relevant des différents domaines…

Pour aller plus loin et pour nuancer…

- Pour en savoir un peu plus sur les situations problèmes
- Les problèmes ouverts ou problèmes pour apprendre à chercher
- La modélisation et la résolution de problèmes d'application (les travaux menés à la KUL)
- Résoudre des problèmes : pas de problèmes (la construction d'outils didactiques par l' équipe de recherche de l'ULg).

Pour en savoir plus sur les situations-problèmes

Les caractéristiques d'une situation-problème selon Astolfi
(cité par Corbeil, Pelletier et Pallascio, 2007)

1. Une situation-problème est organisée autour du franchissement d'un obstacle par la classe, obstacle préalablement bien identifié.
2. L'étude s'organise autour d'une situation à caractère concret, qui permette effectivement à l'élève de formuler hypothèses et conjectures. Il ne s'agit donc pas d'une étude épurée, ni d'un exemple ad hoc, à caractère illustratif, comme on en rencontre dans les situations classiques d'enseignement (y compris en travaux pratiques).
3. Les élèves perçoivent la situation qui leur est proposée comme une véritable énigme à résoudre, dans laquelle ils sont en mesure de s'investir. C'est la condition pour que fonctionne la dévolution : le problème, bien qu'initialement proposé par le maître, devient alors « leur affaire ».
4. Les élèves ne disposent pas, au départ, des moyens de la solution recherchée, en raison de l'existence de l'obstacle qu'ils doivent franchir pour y parvenir. C'est le besoin de résoudre qui conduit les élèves à élaborer ou à s'approprier collectivement les instruments intellectuels qui seront nécessaires à la construction d'une solution.
5. La situation doit offrir une résistance suffisante, amenant l'élève à y investir ses connaissances antérieures disponibles ainsi que des représentations, de façon à ce qu'elle conduise à leur remise en cause et à l'élaboration de nouvelles idées.

6. Pour autant, la solution ne doit pourtant pas être perçue comme hors d'atteinte pour les élèves, la situation-problème n'étant pas une situation à caractère problématique. L'activité doit travailler dans une zone proximale, propice au défi intellectuel à relever et à l'intériorisation des « règles du jeu ».
7. L'anticipation des résultats et son expression collective précèdent la recherche effective de la solution, le « risque » pris par chacun faisant partie du « jeu ».
8. Le travail de la situation-problème fonctionne ainsi sur le mode du débat scientifique à l'intérieur de la classe, stimulant les conflits socio-cognitifs potentiels.
9. La validation de la solution et sa sanction ne sont pas approchées de façon externe par l'enseignant, mais résultent du mode de structuration de la situation elle-même.
10. Le réexamen collectif du cheminement parcouru est l'occasion d'un retour réflexif, à caractère métacognitif, il aide les élèves à conscientiser les stratégies qu'ils ont mises en œuvre de façon heuristique et à les stabiliser en processus disponibles pour de nouvelles situations-problèmes.

GROUPE RÉGIONAL
LAVAL-LAURENTIDES-LANAUDIÈRE

COMMISSIONS SCOLAIRES

DE LAVAL
DES AFFLUENTS
DES LAURENTIDES
DE LA RIVIÈRE-DU-NORD
DE LA SEIGNEURIE-DES-MILLE-ÎLES
SIR-WILFRID-LAURIER

La situation-problème
au cœur
de la mathématique

BANQUE DE
SITUATIONS-PROBLÈMES MATHÉMATIQUES

2E CYCLE
PRIMAIRE

Ces travaux s'appuient

- Sur les travaux de Pallascio (voir opposition en SP et problèmes d'application + les étapes pour mener une SP)

-Sur les caractéristiques des situations-problèmes selon Astolfi

+++ développement de compétences propres au processus même de résolution de problèmes +++

« Des cœurs ! Des cœurs ! »

DÉROULEMENT

PRÉPARATION

- Présenter un pot décoratif rempli de cœurs-bonbons.
- Présenter le tout sous forme de « concours ».
- L'élève qui réussira à estimer le plus exactement possible le nombre de cœurs remportera le pot !

RÉALISATION

- Laisser les élèves chercher des pistes de solutions (seul et/ou en équipe).
- Laisser en évidence l'étiquette indiquant le poids total des cœurs.
- Être à l'écoute des besoins des élèves : balances, pesées en grammes, etc.
- Les estimations sont inscrites sur de petits cartons et déposées dans une boîte prévue à cet effet.

INTÉGRATION

- Présentation des différents résultats.
- Justifier les résultats des différentes estimations.
- Permettre à chacun d'expliquer son cheminement.
- Retour sur les concepts : - estimer/arrondir - nombre exact/estimation
- 2e situation (similaire) pour Pâques.

COMMENTAIRES DES ÉLÈVES

Très motivés, certains ont tenté de compter à travers le pot. Puis, une équipe a réalisé que le contenu pesait 725 g. Ils ont demandé une balance puis des pesées en grammes. Un élève a apporté des cœurs supplémentaires pour obtenir le poids individuel d'un cœur. Par ce cheminement des élèves ont réalisé qu'un cœur pesait plus ou moins 1 gramme. L'estimation la plus près a été de 600 cœurs. Le nombre exact était de 691 cœurs.

ENRICHISSEMENT POSSIBLE

Réinvestissement pour la fête de Pâques : nouvelle estimation pour des petits oursons dans un panier de Pâques.

ÉVALUATION DE LA SITUATION D'APPRENTISSAGE PAR L'ENSEIGNANT

Ce fut une expérience enrichissante. Le concept d'estimation et d'arrondir a été introduit d'une façon très concrète. Il a été facile d'approfondir ces notions et elles ont été comprises. Une balance plus précise aurait aidé à obtenir plus facilement un résultat exact.

ÉVALUATION POSSIBLE À ENVISAGER AVEC DES ÉLÈVES

Autoévaluation ou coévaluation.

De nombreux exemples sur http://spip.cslaval.qc.ca/recit/article.php3?id_article=123

… mais attention !!! Garder un regard critique !!! Les situations-problèmes proposées répondent-elles bien au caractéristiques auxquelles elles prétendent ?

Les caractéristiques d'une situation-problème selon De Vecchi & Carmona-Magnaldi (2002)

Une situation-problème devrait:

- avoir du sens;
- être liée à un obstacle repéré, défini, considéré comme dépassable et dont les apprenants doivent prendre conscience à travers l'émergence de leurs conceptions;
- faire naître un questionnement chez les élèves (ce sont les élèves qui doivent se poser des questions);
- créer une ou des ruptures (qui remettent en cause ce que pensent les élèves);
- correspondre à une situation complexe (différentes réponses acceptables et différentes stratégies utilisables);
- déboucher sur un savoir d'ordre général;
- faire l'objet d'un ou plusieurs moments de métacognition.

http://www.ifcjonfosse.be/Pages/Periodiques/35_janv-mars-2004.pdf

Situation-problème ou non ?

• **Objectif général :** notion de partage.

• **Niveau :** CE1

1. Denis, Vincent, Adrien et Delphine se partagent équitablement 16 bonbons.
Combien en auront-ils chacun ?
= *problème classique (simple exercice d'application)*

2. Denis, Vincent, Adrien et Delphine se partagent dix-sept bonbons. Chacun en a pris au moins trois mais pas plus de six. Combien chacun peut-t-il en avoir ? Cherchez les différentes solutions possibles.
= *problème ouvert*

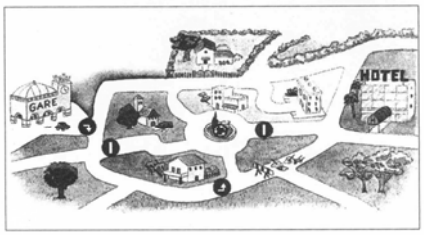
3. Denis, Vincent, Adrien et Delphine ont sept bonbons à se partager. Combien chacun va-t-il en manger ?
= *situation-problème*

• **Rupture :** l'idée de partage est souvent traduite comme un partage devant être équitable : *« C'est pas possible de les manger parce qu'ils en ont pas tous pareil ! »*

Gérard De Vecchi, Nicole Carmona-Magnaldi (2002), **Faire vivre de véritables situations-problèmes**, Hachette Éducation.

Problème fermé

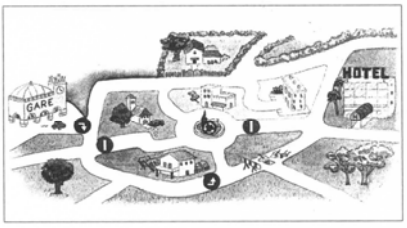
■ **Mathématiques (pour élèves de 6 ans)**



Trace le chemin que doit prendre la maman de Stéphanie pour aller de la gare à l'hôtel.

Problème ouvert

■ **Mathématiques (pour élèves de 6 ans)**



Trace un chemin que peut prendre la maman de Stéphanie pour aller de la gare à l'hôtel.

Un problème au contexte original

Dans la même position depuis 1507, la Joconde a des crampes. Elle souhaiterait étirer ses bras. Les dimensions du tableau, 77 cm de haut, 53 cm de large, ne le lui permettent pas.

En gardant les mêmes proportions pour le tableau, quelle doit être sa surface pour que la Joconde puisse étendre ses bras horizontalement sachant qu'elle a une envergure de 1,80 m ?

Gérard De Vecchi, Nicole Carmona-Magnaldi (2002), **Faire vivre de véritables situations-problèmes**, Hachette Éducation.

Un exemple de situation-problème proposé par De Vecchi

« Dans Marius *de Marcel Pagnol, César, propriétaire d'un bar à Marseille, explique à son fils Marius la recette d'une boisson, le Picon-Citron-Curaçao[1].*
– César : *Quant au Picon-citron-curaçao de la maison, ça, n'en parlons pas ! Hier, le père Cougourde est venu et il s'est plaint à moi. C'est pourtant pas difficile, voyons ! Tiens ! Regarde. Tu mets d'abord un tiers de curaçao… et attention hein !… Un tout petit tiers. Maintenant un tiers de citron, un peu plus gros. Bon. Ensuite un bon tiers de Picon. Regarde la couleur. Regarde comme c'est joli. Et à la fin, un grand tiers d'eau. Voilà.*
– Marius : *Et ça fait quatre tiers.*
– César : *Exactement. J'espère que cette fois tu as compris.*
– Marius : *Et bé, dans un verre, y'a que trois tiers.*
– César : *Mais imbécile, ça dépend de la grosseur des tiers !*
– Marius : *Et non. Ça ne dépend pas. Même dans un arrosoir on ne peut mettre que trois tiers.*

Qui a raison ? Et comme tous les deux sont têtus, comment tenteriez-vous de convaincre celui qui se trompe ? »

Gérard De Vecchi, Nicole Carmona-Magnaldi (2002), **Faire vivre de véritables situations-problèmes**, Hachette Éducation.

Problèmes et situations-problèmes (selon Roegiers, 2007)

A. Formulation traditionnelle (« problème »)

Problèmes de proportionnalité

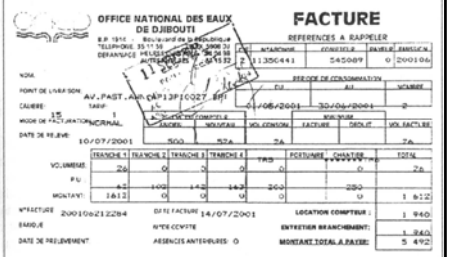
8. Dans la cour d'une maison, un robinet coule en permanence avec un débit de 2,4 litres à l'heure. Quelle sera la dépense totale en eau de la famille sur une période de deux mois, en sachant que le prix unitaire du mètre cube d'eau est de 62 F pour les 30 premiers mètres cubes, et 102 F pour les mètres cubes suivants, et que le reste de la consommation d'eau de la famille s'élève à 28 mètres cubes ? (1 mois = 30 jours)

Caractéristiques d'une situation-problème:

- On met en évidence l'enjeu de la situation
- L'élève est invité à se mettre dans la peau de celui qui se pose le problème
- Des valeurs sont présentes
- La situation est ouverte (discussion possible)
- On se base sur des documents authentiques
- Les savoirs et savoir-faire ne sont pas connus au départ mais à trouver par l'élève
- Des données parasites sont introduites
- Etc.

B. Formulation alternative (« situation-problème »)

Ali vient de recevoir sa facture d'eau. Elle montre une forte consommation. Croyant à une erreur, sa première réaction est d'être furieux. Et puis, il se demande : « Au fond, ne suis-je pas responsable ? La cause n'est-elle pas à mon robinet qui coule goutte à goutte ? Si c'est le cas, j'aurais peut-être avantage à le faire réparer. »



OFFICE NATIONAL DES EAUX DE DJIBOUTI

FACTURE

Aide Ali à prendre la décision. A-t-il intérêt à réparer son robinet ? Il a calculé qu'avec ce qu'il perd, il remplit un bidon de 50 litres par jour. Il a appris que le prix de la réparation du robinet est de 2500 F. Aide-toi de la facture ci-dessous.

Y aurait-il d'autres raisons qui pousseraient Ali à réparer son robinet ?

Situations-problèmes « didactiques » et situations-cibles

(selon Roegiers, 2007)

- **Les situations-problèmes didactiques**
  - Situations-problèmes au sens des didacticiens des mathématiques
  - Ces situations sont proposées en début d'apprentissage et ont pour but de permettre (de nécessiter, de motiver ou de justifier) le développement d'un nouvel apprentissage
- **Les situations-cibles**
  - Situations de réinvestissement ou d'intégration
  - Ces situations sont proposées en fin d'un apprentissage ou d'un ensemble d'apprentissages et ont pour but d'apprendre aux élèves à intégrer un ensemble d'acquis
- Un même support peut être utilisés pour les deux objectifs; ce qui distingue essentiellement les deux types de situations, c'est la façon dont elles seront exploitées…

Les problèmes ouverts ou problèmes pour apprendre à chercher

- Charnay (1992 - ERMEL) distingue différents types de problèmes :
  - Les situations-problèmes ⇔ construction de nouvelles connaissances
  - Les problèmes d'application (de réinvestissement, d'intégration ou autres…) ⇔ utilisation / intégration / transfert… de connaissances déjà étudiées
  - Les problèmes ouverts ⇔ destinés à placer les élèves en situation de recherche et donc à développer des connaissances plus méthodologiques

« Tous les autres types de problèmes sont d'abord centrés sur l'acquisition et la maîtrise de notions mathématiques. Le problème ouvert est, lui, principalement destiné à développer un comportement de recherche et des capacités d'ordre méthodologique : faire et gérer des essais, faire des hypothèses, imaginer des solutions, éprouver leur validité,… » (Charnay, 1992)

Exemples de problèmes ouverts (Charnay, 1992)

- 1) (emprunté à "Aides pédagogiques pour le CM").

On dispose de pièces de 50 c, de 20 c et de 5 c. Peut-on constituer une somme de 5 EUROS avec exactement 20 pièces ?

- 2) (emprunté à "Des problèmes pour apprendre en CM2 et en sixième").

On a une ficelle de 26 cm de longueur. On veut construire, avec cette ficelle, un rectangle dont l'aire soit la plus grande possible. Quelles seront les dimensions de ce rectangle ?

La modélisation et la résolution de problèmes d'application (Verschaffel et al., 2000, 2005)

Point de départ – Le phénomène sous étude

- Steve a acheté 4 planches de 2,5 m chacune. Combien de planches de 1 m peut-il faire à partir de ces planches ?
- Quelle sera la température de l'eau d'un container si vous versez dedans un litre d'eau à 80 degrés et un litre d'eau à 40 degrés.
- John court le 100 m en 15 secondes. Combien de temps lui faudra-t-il pour parcourir un km ?
- Bruce et Alice vont à la même école. Bruce habite à 17 km de l'école et Alice à 8 km de l'école. Quelle est la distance entre la maison de Bruce et la maison d'Alice?

Démarches superficielles et suspension de construction de sens

- Age du capitaine et bus de l'armée

  ➔ *confrontés à des problèmes un peu particuliers (dans un contexte de classe classique)* ➔ *réagissent de manière stéréotypée et artificielle*

- Plusieurs études sur les problèmes problématiques
  ex. 4 planches de 2,5 m // courir le 100 m en 15 secondes // 2 amis habitent à 8 et 17 km de l'école

  ➔ *très peu de réponses réalistes : ils résolvent les problèmes sans faire appel à leurs connaissances de la vie réelle*
  ➔ *appliquer envers et contre tout des opérations mathématiques en vue de fournir des réponses numériques précises à tous les problèmes qui leur sont proposés*

Les présupposés et leurs origines

- Présupposés

  ➔ *supposer que tous les problèmes proposés sont corrects, complets et qu'ils ont du sens (puisque déterminés comme tels par l'autorité)*

  ➔ *supposer qu'il n'y a qu'une seule réponse correcte et qu'elle doit se présenter sous une forme numérique et précise (et qu'il n'y a qu'une seule façon d'y arriver)*

- Origine ?
  ➔ Nature stéréotypée des énoncés
  ➔ Culture de classe

Les recherches de type intervention

- Faire acquérir aux élèves une stratégie métacognitive générale permettant de résoudre des problèmes
  ⇔ développer des heuristiques
- Proposer des problèmes variées et réalistes (ouverts et complexes)
- Développer les échanges entre élèves (travaux de groupes et débats en groupe-classe)
- Faire acquérir aux élèves un ensemble de croyances et d'attitudes positives
  ⇔ culture de classe

Une stratégie heuristique et métacognitive générale, en 5 étapes

1.	Etape 1 :	Construire une représentation du problème
		Heuristiques : Faire un dessin
		Faire une liste, un schéma, un tableau
		Distinguer les données pertinentes et non pertinentes
		Utiliser ses connaissances de la vie réelle
2.	Etape 2 :	Décider comment résoudre le problème
		Heuristiques : Faire un graphe fléché
		Procéder par essai-erreur
		Rechercher de régularités
		Simplifier les nombres
3.	Etape 3 :	Exécuter les calculs nécessaires
4.	Etape 4 :	Interpréter le résultat et formuler une réponse
5.	Etape 5 :	Evaluer la solution

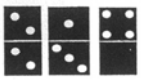
Extrait de De Corte & Verschaffel (2002)

Wim would like to make a swing at a branch of a big old tree. The branch has a height of 5 meter. Wim has already made a suitable wooden seat for his swing. Now Wim is going to buy some rope. How many meters of rope will Wim have to buy?

Utiliser ses connaissances de la vie réelle

Rechercher des régularités

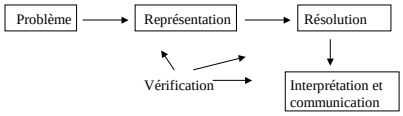
Every piece of a "dominoes game" is divided in two sides, each of which counts either 0, 1, 2, 3 or 4 dots. Some examples are given.



- What's the total amount of pieces in this game if there is one piece of every possible combination?
- What would be the total amount if each side of a piece can have a maximum of 6 instead of 4 dots?

Extrait de Verschaffel et al. (1999)

Résoudre des problèmes: pas de problèmes!



La construction d'outils didactiques par l' équipe de recherche de l'ULg)- Quelques lignes directrices

- Variété des problèmes proposés
- S'appuyer sur les démarches informelles des élèves - développer leurs propres symbolisations et les faire évoluer
- Apprentissage explicite et intégré de compétences propres aux différentes étapes de la résolution de problèmes
- Désapprentissage (implicite) des présupposés OU développement de représentations positives (➔ Culture mathématique)

(+ place des contenus mathématiques)

Développement d'une démarche réflexive de résolution

Par l'apprentissage INTÉGRÉ des diverses compétences requises

Par le désapprentissage de stratégies superficielles et des présupposés associés

Représentation
- Représenter un problème à l'aide d'un dessin.
- Représenter un problème en le racontant avec ses propres mots.

Résolution
- Lier la résolution à la représentation du problème.
- Développer des démarches originales de résolution de problèmes.
- Résoudre des problèmes variés.
- Rechercher une ou plusieurs opérations qui permettent de résoudre un problème.

Communication
- Repérer les éléments utiles à une bonne communication de la solution d'un problème.
- Communiquer la solution de façon adéquate dans un contexte particulier de présentation des résultats.

Vérification
- Développer des stratégies efficaces de vérification en envisageant une analyse centrée sur les trois étapes clés de la démarche réflexive de résolution.

Il n'y a qu'une et une seule façon de résoudre un problème.

Résoudre un problème c'est faire un calcul avec tous les nombres de l'énoncé.

On peut se fier aux mots-clés pour déterminer l'opération à effectuer.

La réponse au problème doit toujours être derrière le signe d'égalité.

Tout problème n'a qu'une et une seule solution.

Résoudre un problème, c'est faire un calcul.

Dans un problème, les données importantes sont écrites en chiffre.

- **La sortie scolaire**

On se bouscule pour entrer dans le car, chacun veut être devant, près de la fenêtre. Quand on est tous installés, le maître compte : « 1, 2, 3, … 21 ». Il en manque 3.

En vrai, on est tous là, mais le maître n'a pas vu Dudule, allongé sous les sièges à la recherche de bonbons, Lolotte accroupie pour lacer ses souliers et Dédé, coincé par Bouboule qui voulait être à côté de la fenêtre. Le maître recompte. Ca y est, il y a tout le monde et c'est parti pour Saint-Malo : 65 km.

On chante, on crie, on fait des grimaces à ceux qui nous doublent, on a aussi un peu mal au cœur. A 20 km de Rennes, un croisement et le chauffeur décide de quitter la direction qu'il suivait pour éviter les embouteillages. Bouboule hurle : « Non, non, il y a des travaux, la route est coupée dans 5 km, c'est marqué ». Mais comme il a un caramel dans la bouche et que de toute façon le chauffeur ne peut pas l'entendre tellement il y a du bruit dans le car… Il tourne à gauche… Et on a dû faire demi-tour.

Enfin la mer, le sable. On mange, du sable aussi parce qu'il y a beaucoup de vent et vite, pour se réchauffer, une petite partie de foot. Les filles contre les garçons. Comme il y a 4 filles de moins, le maître va dans leur équipe. Et les filles gagnent (forcément, avec le maître…). Le maître lui est tout content et il décide de nous payer à tous une glace. A une boule, deux boules, c'est trop cher! Déjà que celles à une boule c'est 50 cents!

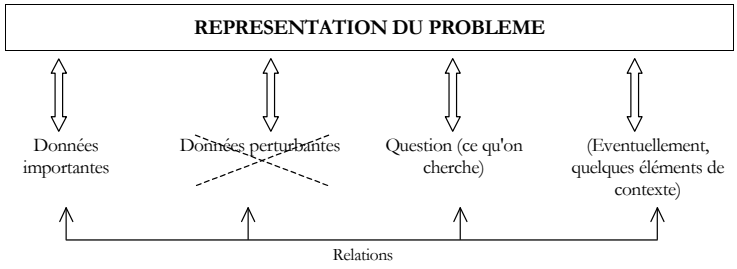
Il faut rentrer « Au revoir – Merci chauffeur ».

Quelle est la distance parcourue en car par les enfants ?

Problème largement inspiré des travaux de Julo (1995)

La construction d'une représentation

- faire un dessin qui aide à résoudre
- exploiter les dessins des enfants (comment?)
- pas de modèle MAIS les éléments importants d'une bonne représentation

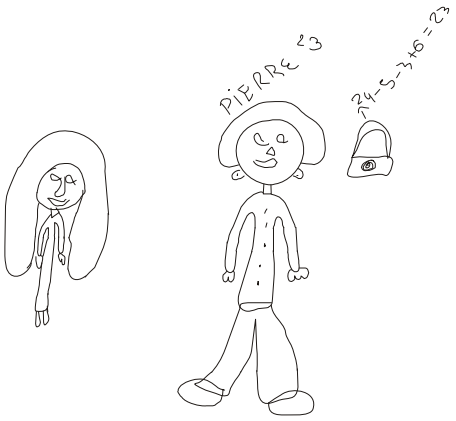


Au cours d'un voyage, Pierre et sa sœur ont pris des photos. Pierre a utilisé un film de 24 photos. Il a constaté que 5 photos étaient ratées. Après avoir trié les photos, il décide d'en donner 3 à sa sœur. Elle lui en donne 6 en échange. Pierre range toutes les photos réussies dans son album.

Combien de photos Pierre a-t-il rangées dans son album ?

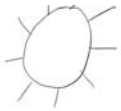
Exemple de problème proposé en 3e primaire

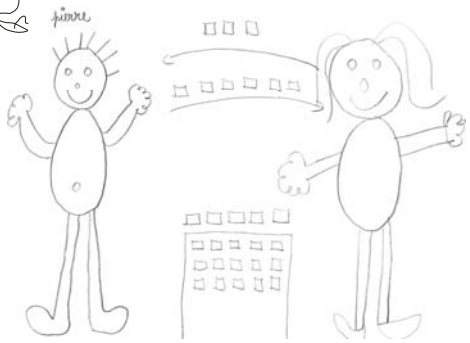
Dessin de situation



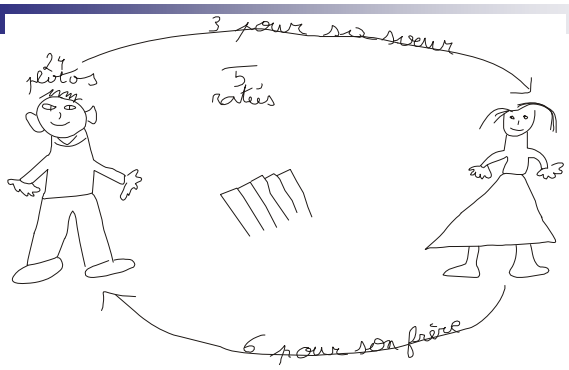
Dessin de la solution

Dessin incorrect

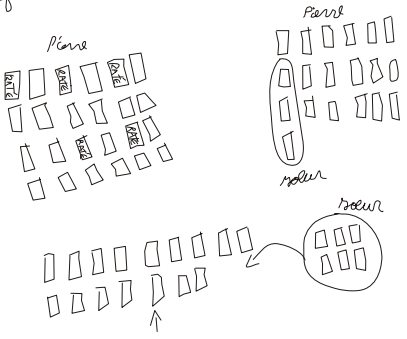




Dessin incomplet



Dessins complets et corrects



L'étape de résolution proprement dite

Le développement de démarches de type essais-erreurs

Cléopâtre a dessiné des chameaux et des dromadaires, cela fait 19 bosses et 52 pattes. Elle sait que les chameaux ont deux bosses et que les dromadaires n'en ont qu'une. Puis elle a encore dessiné un homme sur le dos de chaque chameau. Combien a-t-elle dessiné d'hommes en tout ?

(Source - RMT)

Pistes pour aider à débloquer

a) Demander aux élèves de dire pourquoi les propositions sont fausses

Ex. 10 chameaux et 3 dromadaires

b) Proposer des indices

1) 19 bosses, ce n'est pas nécessairement 19 animaux.
2) Chaque animal a 4 pattes.

Etc…

c) (au cycle 5-8) Proposer du matériel à manipuler

Exemples de démarches

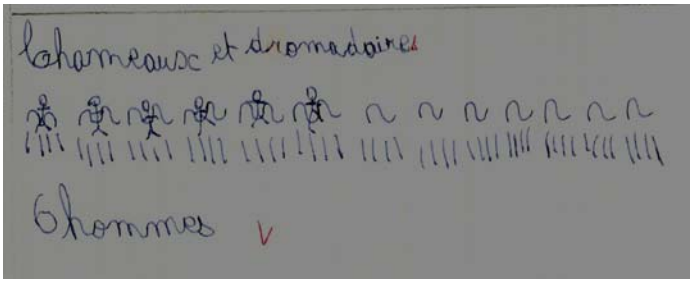
Par essais-erreurs

- S'il y avait 8 chameaux et 5 dromadaires : (8 x 2) + 5 = 21.
- S'il y avait 6 chameaux et 7 dromadaires : (6 x 2) + 7 = 19.

Par tableau

Chameaux	Dromadaires
2	1
2	1
2	1
2	1
2	1
2	1
	1

Par dessin



Références

- Charnay, R. (1992). Problème ouvert, problème pour chercher. Grand N, 51,
- Corbeil,N., Pelletier, M., & Pallascio, R. (2007). Faire vivre de véritables situations-problèmes. Paris : Hachette.
- De Corte, E., Verschaffel, L. (2002). Communautés d'apprentissage hautement performantes: Recherches d'intervention visant à combler l'écart entre la théorie et la pratique. *Perspectives XXXII (4),* 1-19..
- De Vecchi, G. & Carmona-Magnaldi, N. (2002). La situation-problème mathématique. *Math-VIP*.
- Gravemeijer, K. (1997). Mediating between concrete and abstract. In T. Nunes, & P. Bryant (Eds.), *Learning and teaching mathematics. An international perspective* (pp. 315-345). Hove, East Sussex : Psychology Press Ltd.
- Gravemeijer, K., Lehrer, R., van Oers, B., & Verschaffel, L. (2002). (Eds.). *Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education.* Dordrecht, The Netherlands : Kluwer Academic Publishers.
- Pallascio, R. (2005). Les situations-problèmes : un concept central du nouveau programme de mathématique. *Vie Pédagogique, 136,* 32-35.
- Roegiers, X. (2007). Des situations pour intégrer les acquis scolaires. Bruxelles: De Boeck.
- Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically : Problem solving, metacognition and sense-making in mathematics. In D.A. Grouws (Ed*.), Handbook of research on mathematics learning and teaching* (pp. 334-370). New York : Macmillan.
- Schoenfeld, A.H. (2007). Problem solving in the United States, 1970-2008 : research and theory, practice and politics. *ZDM Mathematics education, 39,* 537-551.
- Siegler, R.S. (2001). Enfant et raisonnement. Le développement cognitif de l'enfant. Bruxelles : De Boeck Université.
- Tardif, J. (1992). *Pour un enseignement stratégique*. Québec : Logiques.
- Verschaffel, L. & De Corte, E. (2005). La modélisation et la résolution des problèmes d'application : de l'analyse à l'utilisation efficace. In M. Crahay, L. Verschaffel, E. De Corte & J. Grégoire (Eds.), Enseignement et apprentissage des mathématiques. Que disent les recherches psychopédagogiques ? (153-176). Bruxelles : De Boeck.
- Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H., & Ratinckx, E. (1999). Learning to solve mathematical application problems : A design experiment with fifth graders. *Mathematical Learning and Thinking, 1,* 195-299.
- Verschaffel, L., Greer, B. & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse, The Netherlands : Swets & Zeitlinger.

Outils didactiques

- Fagnant, A., Hindryckx, G., & Demonty, I. (2008). *Résoudre des problèmes : pas de problème !* Guide méthodologique et documents reproductibles – 5-8 ans. Bruxelles : De Boeck.
- Fagnant, A. & Demonty, I. (2005). *Résoudre des problèmes : pas de problème !* Guide méthodologique et documents reproductibles – 10-12 ans. Bruxelles : De Boeck.
- Demonty, I., Fagnant, A. & Lejong, M. (2004). *Résoudre des problèmes : pas de problème !* Guide méthodologique et documents reproductibles – 8-10 ans. Bruxelles : De Boeck.

Articles qui présentent ces outils

- Fagnant, A., Hindryckx, G. & Demonty, I. (2008). La résolution de problèmes au cycle 5-8. Présentation d'un outil méthodologique à l'usage des enseignants. *Informations pédagogiques,* 60, 3-14.
- Fagnant, A. & Demonty, I. (2004). Résoudre des problèmes : pas de problème ! Présentation d'un outil méthodologique à usage des enseignants de cinquième et sixième années de l'enseignement primaire. *Informations pédagogiques, 56*, 13-21.
- Fagnant, A., Demonty, I. & Lejong, M. (2003). La résolution de problèmes : un processus complexe de « modélisation mathématique ». *Informations pédagogiques, 54,* 29-39.
- Fagnant, A. (à paraître) Des outils didactiques pour développer la résolution de problèmes dans l'enseignement fondamental. Aperçu des fondements théoriques et entrée au cœur de quelques activités. *Les cahiers des Sciences de l'Education, 27&28,* 51-94.