

ANNE CHEVALIER

RÉUSSIR L'ENTRÉE EN MATHÉMATIQUES

Construire
les nombres
naturels
et les opérations



CHANGEMENTS
pour l'égalité



Couleur livres

Présentation CREM

22 janvier 2021

Anne Chevalier

Plan de l'exposé

- ✓ **Une question-préoccupation** : en finir avec l'analphabétisme mathématique
- ✓ **Deux expériences collectives** de praticiens-chercheurs
- ✓ **Trois catégories d'obstacles** à l'apprentissage des nombres et du calcul
- ✓ **Quatre défis** pour réussir l'entrée en mathématiques
- ✓ **Cinq fils conducteurs** pour construire les nombres et les opérations
- ✓ **Six balises méthodologiques** pour faire apprendre tous les élèves
- ✓ *Sept à vous de jouer !*



Une question-préoccupation

En finir avec l'analphabétisme mathématique

- ✓ Peur et méconnaissance des mathématiques par les citoyens
- ✓ Résultats insatisfaisants des évaluations externes non certificatives et des enquêtes PISA
- ✓ **Remédiation ou différenciation : responsabilité individuelle** de l'apprenant et de l'enseignant sans s'attaquer à ce qui fait obstacle
- ✓ Nécessité de **réponses didactiques** dont la mise en œuvre est de **la responsabilité du système scolaire** et de ses **acteurs**



Deux expériences collectives de praticiens-chercheurs

1. **Groupe d'Enseignement Mathématique (GEM)** depuis 1980 : *comment enseigner des mathématiques qui font sens et les apprendre avec plaisir ?*
2. **ChanGements pour l'égalité (CGé)** depuis 2002 : *quelles pédagogies émancipatrices pour tous les élèves ?*

Ce livre

- ✓ se situe au **croisement** de ces deux expériences fondatrices
- ✓ vise la **réussite de l'entrée en mathématiques pour tous les élèves**



Trois catégories d'obstacles à l'apprentissage des nombres et du calcul

- ✓ Au fil des formations continues : *Quelles sont les difficultés récurrentes de vos élèves dans l'apprentissage des nombres et du calcul ?*
- ✓ Toutes ces difficultés sont des obstacles à l'apprentissage classés en trois catégories :
 - **épistémologiques** liées au savoir lui-même
 - **méthodologiques** liées à la façon de faire apprendre
 - **systemiques** liés à l'organisation du système scolaire

Ce livre tente de proposer des pistes pour surmonter ces trois catégories d'obstacles.



Obstacles épistémologiques

Exemples

- ✓ confusion entre **comptage** et **dénombrement**
- ✓ irrégularités de la **numération orale**
- ✓ structure de la **numération écrite**
- ✓ distinction entre **cardinalité** et **ordinalité**
- ✓ distinction entre **file numérique** et **droite des nombres**
- ✓ différents **sens des opérations**
- ✓ différence entre une **addition** et une **multiplication**
- ✓ sens de l'**égalité**
- ✓ multiplicité des **sens du zéro**
- ✓ ...

Obstacles méthodologiques

Exemples

- ✓ débuter avec la **comptine numérique**
- ✓ absence de continuité dans le **choix des schèmes** de 1 à 10
- ✓ interdiction de **l'usage des mains et des doigts**
- ✓ **diversité de matériels** sans identifier ce qui aide à quoi
- ✓ étude **d'un nombre à la fois**
- ✓ **multitude des processus** de calcul mental – en particulier le passage par la dizaine
- ✓ **mémorisation** de résultats
- ✓ ...

Obstacles systémiques

Exemples

- ✓ **liberté pédagogique** des enseignants, des écoles et des réseaux
- ✓ **un référentiel et des programmes** : pourquoi ?
- ✓ **des manuels aux approches diverses** et dont la qualité pédagogique n'est certifiée par personne
- ✓ **la continuité des apprentissages** d'une classe à l'autre livrée aux mains des enseignants
- ✓ ...

Quatre défis pour réussir l'entrée en mathématiques

Défi 1 : Donner du sens aux nombres et aux opérations

Défi 2 : Enseigner le langage et les codes mathématiques

Défi 3 : Construire l'abstraction

Défi 4 : Développer l'intelligence calculatoire



Défi 1 : Donner du sens aux nombres et aux opérations

- ✓ montrer leur **utilité** à travers des situations de vie
- ✓ identifier leur **signification** en lien avec la pensée mathématique
- ✓ inscrire le tout dans la **direction** d'un savoir universel

Défi 2 : Enseigner le langage et les codes mathématiques

- ✓ Initier à la **langue de scolarisation**
- ✓ utiliser un **langage codé** construit avec le groupe
- ✓ Introduire progressivement les **codes universels**

Défi 3 : Construire l'abstraction

Les nombres, l'égalité et les opérations doivent devenir des **objets mentaux**

- dégager des caractéristiques communes à des familles de situations :
« **C'est comme** »
- faire correspondre un choix de représentations ou de **schématisations**
- faire un travail systématique de **mise en mémoire**

Défi 4 : Développer l'intelligence du calcul

Aujourd'hui, les objectifs de l'enseignement du calcul sont :

- ✓ donner du sens aux calculs
- ✓ privilégier les estimations
- ✓ établir des relations entre les calculs
- ✓ distinguer différentes catégories de stratégies calculatoires
- ➔ apprendre à choisir la procédure la plus adéquate en fonction des nombres et des opérations en jeu

Questions de clarification ?

Cinq fils conducteurs pour construire les nombres naturels et les opérations

- ✓ en réponse aux **obstacles épistémologiques**
- ✓ à développer **en parallèle** au long de l'école fondamentale
- ✓ qui articulent
 - des **apports issus de la littérature didactique**
 - une diversité **d'expérimentations et de pratiques de classe**

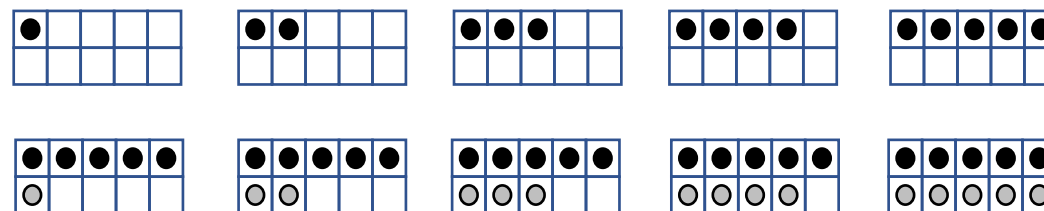
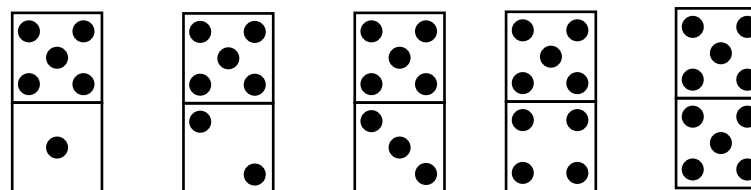


Fil 1 : concevoir les premiers nombres

des quantités



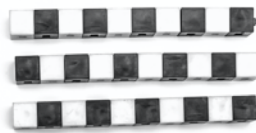
aux schèmes



en passant par les **mains** et les **doigts**
pour apprendre à **voir**, **dire** et **garder des traces** des petits nombres
comme **mémoires des quantités**.

Fil 2 : se représenter et désigner les nombres naturels

des groupements



à la numération décimale

orale et écrite

4 paquets de 5 et encore 1
ou *deux-dix-un*

1	3	4
cent	trente	quatre

pour apprendre à relier l'organisation de quantités
aux désignations orale et écrite de tous les nombres

Fil 3 : ordonner les nombres naturels

de la file numérique



à la droite graduée



au tableau de 100

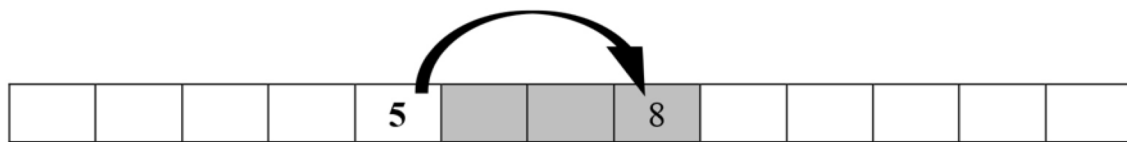
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

pour construire et utiliser des
supports structurés des nombres

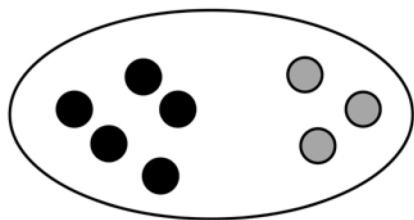
Fil 4 : donner du sens aux opérations

des situations

- Un pion est sur la case 5 ; il avance de 3 cases. Sur quelle case arrive-t-il ?



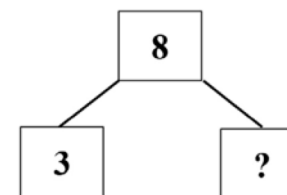
- Dans un sachet, il y a 8 billes en tout dont 3 sont grises. Combien y a-t-il de noires ?



aux opérations

$$5 \xrightarrow{\boxed{+3}} ?$$

$$5 + 3 = 8$$



$$8 - 3 = 5$$

en passant par des **représentations** et des **schémas**
pour apprendre à choisir et ordonner les opérations
ou **poser le calcul**

Fil 5 : calculer

du comptage

✓ **deux nombres consécutifs** sont reliés par la relation « +1 » :

6 (+1), 7

✓ **Surcomptage** : 3 + 5 :

5 (+1), 6 (+1), 7 (+1), 8

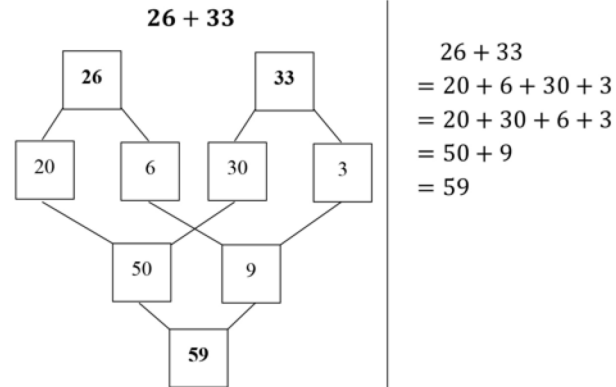
✓ **Comptage à rebours** :

10 - 2 : 10 (-1), 9 (-1), 8

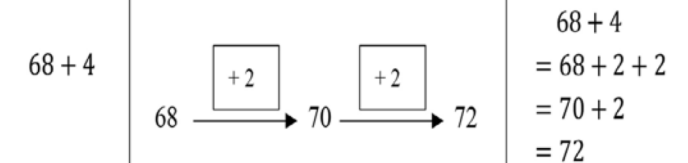
✓ **Comptage par 2, 5, 10**

aux stratégies de calcul réfléchi

Décomposer et associer



Faire des bonds choisis



Calculer un écart

$110 - 98$
ou de 98 à 110 ?
 $= 2 + 10$
 $= 12$

Rééquilibrer

$95 - 68$
+5 (c'est comme) +5
 $100 - 73$
 $= 27$

pour apprendre à **choisir et exécuter des stratégies de calcul** adaptées aux nombres et aux opérations en jeu, en s'appuyant sur des **calculs faciles**.

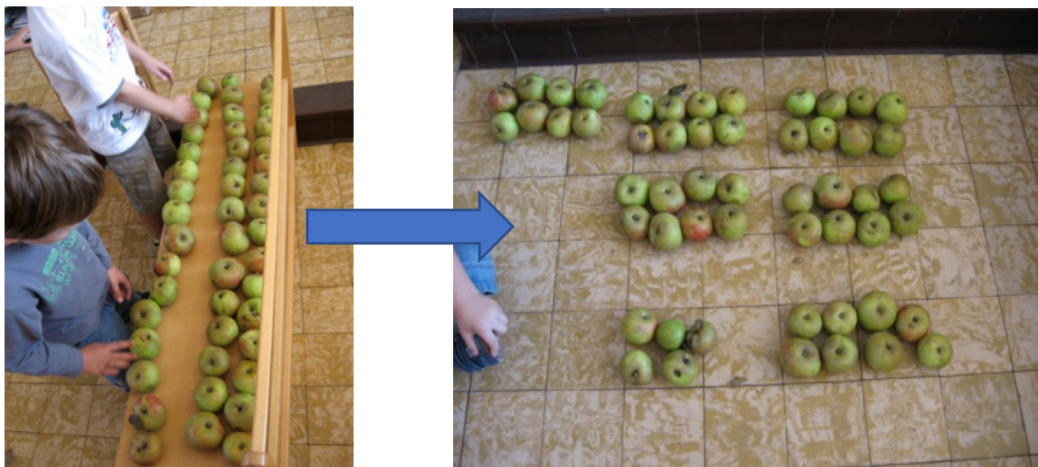
Questions de clarification ?

Six balises méthodologiques pour faire apprendre tous les élèves

- ✓ en réponse aux **obstacles méthodologiques**
- ✓ en vue d'assurer un apprentissage pour **tous les élèves**
- ✓ qui conjuguent
 - des principes de didactique générale
 - des postures essentielles pour faire apprendre les élèves issus de milieux populaires



Balise 1 : partir du terrain de l'apprenant sans y camper



S'appuyer sur les collections qui arrivent en classe et inviter les enfants à les organiser pour les dénombrer

Et plus tard, imposer la force 5 comme les doigts de la main pour dénombrer les élèves présents



*Il neige, c'est chouette !
Les enfants de la classe se mettent par 4 pour faire un bonhomme de neige.
Combien y aura-t-il de bonhommes de neige ?
Dessine la situation.
Écris un calcul qui parle de ça.*

1^{er} jet



2^e jet

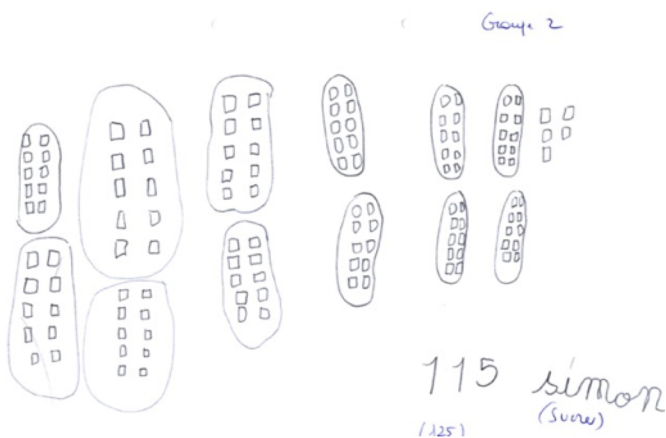


Balise 2 : s'appuyer sur du matériel et apprendre à s'en passer

Organise tes cubes



Dessine ton organisation



Déplace-toi dans le tableau de 100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Calcule comme dans le tableau

$13 + 34 : 13 (+10), 23 (+10), 33 (+10), 43 (+1), 44 (+1), 45 (+1), 46 (+1), 47 ;$
 $18 + 55 : 18 (+50), 68 (+2), 70 (+3), 73 ;$
 $16 + 9 : 16 (+10), 26 (-1), 25.$

L'utilisation de matériels est un **moyen** et non un **but**. Pour apprendre à s'en passer :

- ✓ **faire choisir** le matériel
- ✓ **mettre les matériels à distance**
- ✓ **faire dessiner** la situation
- ✓ **inviter l'élève à voir le matériel et son utilisation dans sa tête**

Balise 3 : schématiser pour catégoriser et modéliser

Résumée dans la méthode dite « de Singapour » :

1. approche **concrète** : mises en situation et manipulations
2. présentation **imaginée** : schémas regroupant les situations aux caractéristiques communes
3. présentation **abstraite** : recours aux symboles et au formalisme mathématique

*Les représentations schématiques ne sont en rien spontanées et il n'est pas surprenant qu'elles ne soient pas disponibles si aucun enseignement n'a été entrepris. En permettant aux élèves de **schématiser les quantités et les positions**, l'école maternelle peut jouer un rôle important dans l'aide à la **catégorisation des problèmes**. En effet, un des éléments qui distinguent l'expert, c'est justement cette capacité à catégoriser, à reconnaître des problèmes qui se ressemblent.*

Margolinas, Claire, *Le nombre à l'école maternelle*, p. 106

Tableau de synthèse des catégories d'actions dans le champ additif

	Transformation	Combinaison	Comparaison	Composition de transformations
Cardinal				
Ordinal		<p>n'existe pas</p>	<p>ou</p>	
Grandeurs				
Questions	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Quel est l'état final ?</i> - <i>Quel est l'état initial ?</i> - <i>Quelle est la transformation ?</i> 	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Que vaut le tout ?</i> - <i>Que vaut une partie ?</i> 	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Quel est l'écart ou la différence ?</i> 	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Quelle est la transformation qui remplace les deux transformations ?</i>

Balise 4 : construire les images mentales et les mettre en mémoire

- ✓ Développer des images mentales
 - **des nombres** en lien avec des propriétés utiles
 - **de la numération** décimale
 - **des opérations** en lien avec les différents sens
- ✓ **Inscrire** ces images mentales **dans la tête** par un **travail guidé et répété** de mise en mémoire

Balise 5 : verbaliser et expliciter les objectifs visés

Exprimer l'intention d'apprentissage

“**Nous allons travailler sur les doubles.** On connaît déjà : *un et un, deux ; deux et deux, quatre...* (et l’institutrice rappelle comment faire les cinq premiers doubles avec ses mains en vis-à-vis). Chacun va écrire sur son ardoise tous les doubles qu’il connaît déjà. On va essayer d’aller plus loin et d’en connaître plus, car on sait que quand on a des calculs faciles en tête, ça peut nous aider pour faire des calculs plus difficiles.”

S’assurer que les élèves perçoivent **l’apprentissage au-delà de la tâche**



Sept à vous de jouer !

Pour que l'école de la réussite tienne ses promesses, cela passe par VOUS...

Tissez des séquences d'apprentissage adaptées à votre public à partir des 5 fils conducteurs et en vous appuyant sur les 6 balises méthodologiques.

Travaillez en équipe ou rejoignez des groupes de praticiens-chercheurs

Poursuivez la lignée de ceux qui veulent que les mathématiques soient un **outil d'émancipation et non de sélection.**



ANNE CHEVALIER

RÉUSSIR L'ENTRÉE EN MATHÉMATIQUES

Construire
les nombres
naturels
et les opérations



CHANGEMENTS
pour l'égalité



Couleur livres

Pour vous procurer le livre

- ✓ Votre librairie préférée
- ✓ CGé : commande en ligne

Pour poursuivre l'échange :

anne.chevalier@skynet.be

MERCI

Vos avis ?