Haute École Galilée

ISPG

Pédagogie

Les statistiques au service de l'esprit critique

De l'enseignement fondamental au secondaire

Travail de fin d'études réalisé par GOUBY Adrien

en vue de l'obtention du baccalauréat d'agrégé de l'enseignement secondaire inférieur orientation Mathématiques

Promoteur : BERLANGER Isabelle

Année scolaire 2018-2019

Table des matières

Introduction

L'étude des faits sociaux via le recueil d'informations et le recensement se pratique depuis plusieurs milliers d'années. L'étymologie du mot « statistiques », « *statisticus* » en latin qui signifie « relatif à l'état », nous indique l'utilité première de ces dernières. Cette étude des faits sociaux avait surtout pour but de connaitre la situation d'un État.

De nos jours, avec les avancées extraordinaires opérées à partir du 17^{e} siècle, les statistiques sont considérées comme une branche des mathématiques interconnectée avec les probabilités. Elles sont utilisées dans divers domaines (Sciences politiques, sociales et économiques, psychologie, médecine,…). Et dans le cadre scolaire, ce sont essentiellement les statistiques dites descriptives qui sont abordées. Ces statistiques descriptives ont pour objet d'une part de collecter et de mettre en forme des données et d'autre part d'interpréter ces données, via des valeurs significatives.

Les données statistiques ne sont plus réservées à une minorité de personnes érudites. Elles font partie de notre quotidien. Cela devrait normalement impliquer que les citoyens soient formés à maitriser ces informations, qu'ils comprennent les bases de cette discipline et qu'ils soient conscients des possibles biais d'interprétation. Or, on ne peut que constater que les médias, qui mettent à disposition ces statistiques, ne fournissent pas les outils permettant aux lecteurs d'analyser et d'interpréter les données.

Dans l'enseignement, du primaire aux études supérieures, on approfondit surtout l'aspect technique de cette discipline. On privilégie souvent l'aspect graphique à travers la construction et la lecture de ceux-ci et l'aspect opératoire à travers des calculs de moyennes, de pourcentages et autres. Pourtant, les programmes explicitent certains objectifs comme « décoder les informations » et « développer l'esprit critique ».

Selon moi, l'enjeu de cette discipline est, outre d'écrire, de traiter et d'analyser des données de manière pertinente, de connaitre certains nœuds statistiques. Il faut prendre conscience que certains modèles et certaines représentations entrainent de possibles biais. Ces biais sont des démarches, des raisonnements qui engendrent des erreurs de résultat et/ou d'interprétation. La formation en statistiques doit donc également développer ce que l'on pourrait appeler un esprit statistique critique. Ce dernier doit enrichir une éducation à la citoyenneté effectuée de manière transversale.

À travers ce travail, j'aimerais présenter quelques-uns de ces biais et proposer des activités en lien avec ces derniers. Les biais abordés seront répartis selon différentes thématiques :

- La perception
- Les indices
- Les graphiques
- La corrélation
- Les paradoxes

Les activités quant à elles devront permettre aux élèves d'argumenter et de remettre en question un raisonnement, un modèle statistique et/ou une représentation. Dans cette optique, nous aborderons régulièrement des techniques, des modèles statistiques, fréquemment utilisés par les communicants de manière volontaire ou non.

Les programmes

Avant de commencer à parcourir des nœuds statistiques, il est intéressant de passer en revue les programmes du primaire et du secondaire concernant le traitement de données.

En primaire, le programme est scindé en 6 points :

- Organiser selon un critère
- Lire un graphique, un tableau, un diagramme
- Interpréter un tableau de nombres, un graphique, un digramme
- Déterminer un effectif, un mode, une fréquence, la moyenne arithmétique, l'étendue d'un ensemble de données discrètes
- Dans une situation simple et concrète, estimer la fréquence d'un évènement sous forme d'un rapport

Dès la fin du cycle 2 (fin de 2e primaire), on parle de traitement de données. Les élèves doivent pouvoir « lire des données » (présentées en arbre, dans un tableau à simple et à double entrée et dans un graphique en bâtonnets) et « prélever les données selon la situation à résoudre ».

Au cycle 3 (3e et 4e primaire), les élèves approfondissent les acquis et la lecture des données s'étend aux graphiques circulaires et aux diagrammes. C'est au cycle 4 (5e et 6e primaire) que l'on s'aventure dans la matière. On ajoute la représentation des données, la moyenne arithmétique, la fréquence d'un évènement et surtout l'interprétation des tableaux, graphiques et diagrammes. L'interprétation n'est pas explicitée dans le programme avant le cycle 4.

Les bases de cette discipline sont également enseignées aux étudiants du secondaire. Le programme scolaire apporte des précisions concernant les contenus et les objectifs liés à l'apprentissage de cette discipline. Au premier degré, ce chapitre du « traitement de données » est l'occasion de contextualiser des concepts mathématiques comme les rapports et les pourcentages. La présentation, la représentation graphique et l'interprétation des données sont les grands axes liés à cette matière. Le vocabulaire de base (effectif, fréquence ...) ainsi que certaines valeurs centrales et mesures de dispersion sont spécifiés dans le programme (moyenne, mode et étendue).

Dans le programme du second degré, on perçoit déjà davantage la portée citoyenne de cette matière. Le vocabulaire et les indicateurs (de position et de dispersion) se précisent, mais on met aussi l'accent sur la critique d'information et la portée toute relative de ces informations.

Au troisième degré, les élèves sont amenés à différencier causalité et corrélation et à déterminer des ajustements linéaires. Ils doivent également continuer à développer leur esprit critique à travers le traitement et l'interprétation des données.

On est en droit de se demander si cette « critique de l'information » peut être abordée dès le fondamental. C'est en tout cas notre postulat puisque nous considérons qu'il n'y a pas d'âge pour commencer à être critique. Nous essaierons donc, dans les activités proposées, de mettre en avant les objectifs et stratégies qui ressortent des différents programmes.

- Développer l'esprit critique
- Décoder des informations
- Comprendre les limites des données communiquées
- Interpréter un résultat dans son contexte

Premiers outils jouant sur la perception

Le langage

Les statistiques descriptives sont utilisées dans divers domaines et elles ont pour utilité première de connaitre une situation, de l'objectiver. Cependant, si les données servent à appuyer un message, elles perdent cette nature objective. Sans prendre en considération tous les outils de communication, il est raisonnable de dire qu'un message soutenant un discours ou une offre est orienté. Le choix du vocabulaire, des mots, sera donc très important. Les définitions des mots (ce que l'on sous-entend) seront également primordiales dans le message. Or, nous avons ici un premier biais possible.

En effet, dans le choix des mots, on peut par exemple parler de l'utilisation de « mots inducteurs ». Cette terminologie, utilisée par N. Gauvrit dans son ouvrage « *Statistiques, Méfiez-vous* »[1], exprime comme son nom l'indique le fait de choisir des mots dans le but d'induire une certaine perception auprès du récepteur, du destinataire. Selon lui, nous ne raisonnons pas spontanément de manière rigoureuse.

« La démonstration mathématique n'est pas naturelle, et l'humain est plus à l'aise dans les analogies, les évocations et les sous-entendus. »[2]

Dès lors, même si cela entraine un biais d'interprétation, on comprend bien que le communicant n'hésitera pas à utiliser, dès que possible, ces mots inducteurs ou évocateurs au service d'un objectif précis.

Sans entrer dans le domaine des statistiques, nous pouvons pointer quelques utilisations régulières de ce biais basé sur le langage. Observons des annonces impliquant des notions de pourcentage et de proportion sujettes à interprétation étant donné le contexte inducteur de l'offre.

Annonceur : BricoPlanit

Annonceur : MediaMarkt

Annonceur : Fnac

Annonceur : Cultura

[1] GAUVRIT N., *Statistiques, Méfiez-vous*, Paris, Ellipses Edition Marketing S.A., 2007, p.19

[2] GAUVRIT N., *Statistiques, Méfiez-vous*, Paris, Ellipses Edition Marketing S.A., 2007, p.20

Les mots et les nombres utilisés n'ont nul besoin d'être complexes. Dès les premiers calculs de pourcentage, les élèves sont aptes à comprendre ces premiers biais.

« Offrir la TVA » peut très bien être interprété comme une remise de 21%. Pour indiquer clairement une réduction, il semble logique d'indiquer la valeur absolue réellement déduite ou une valeur relative en lien avec le prix de vente. Or, le pourcentage affiché est une valeur relative liée au prix d'achat pour le commerçant. Sur un produit qu'il achète 100 EUR, sans tenir compte d'une marge quelconque, il ajoute la TVA de 21% pour afficher son prix. Le prix de vente est donc de 121 EUR. Offrir la TVA revient pour le commerçant à faire une ristourne de 21 EUR. Mais ce n'est pas 21 EUR que l'on affiche sur l'annonce. On induit une réduction de 21%. Or, 21% de 121 EUR donne 25.41 EUR. Sans pour autant faire le calcul, le client perçoit donc la ristourne plus importante qu'elle ne l'est.

Ensuite, « deux produits achetés, un offert » peut être assimilé à une offre de deux pour le prix d'un. Les nombres communiqués ne sont pas anodins. Ils induisent une valeur relative tronquée de 50% de ristourne. Pourtant, l'offre s'apparente à une offre de « trois pour le prix de deux » et une ristourne de l'ordre de 33%.

Outre les mots utilisés, il peut y avoir la définition du mot en tant que tel qui entraine un biais. Prenons l'exemple de J.Klatzmann qui propose une méthode simple pour baisser les chiffres de la délinquance. Il suggère, dans l'un des chapitres de son livre « *Attentions, statistiques. Comment en déjouer les pièges.* »[3], de ne pas comptabiliser certains délits. Ce qu'il faut comprendre, c'est qu'il suffit de modifier ce qui est inclus, comptabilisé, sous une appellation afin de la faire varier. Cela parait logique, mais un terme implique une interprétation et l'on se demande rarement comment ce dernier est défini.

Forçons le trait pour mettre en lumière ce qui peut sembler évident. Dans une ville donnée, on désire communiquer les chiffres de la délinquance en comparant les plaintes répertoriées avec les « actes délinquants ». Si l'on ne précise pas ce que l'on entend par « délinquance », on peut choisir de présenter le tableau n°1 pour discréditer le pouvoir en place ou le tableau n°2 pour le soutenir.

Tableau n°1 :

Plaintes répertoriées	2095
Proportions d'actes délinquants*	48%

*Actes délinquants :

Vols	451
Vols avec violence	205
Agressions	232
Agressions à l'arme blanche	109

Tableau n°2 :

Plaintes répertoriées	2095
Proportions d'actes délinquants*	26%

*Actes délinquants :

Vols avec violence	205
Agressions	232
Agressions à l'arme blanche	109

Ces exemples, qui sont plus liés au langage (aux mots et aux définitions) qu'aux statistiques à proprement parler, donnent déjà un avant-goût des erreurs d'interprétation, de perceptions, qui peuvent s'opérer dès lors que l'on utilise des proportions. Voyons maintenant comment des biais peuvent également apparaitre dans l'usage des pourcentages.

[3] KLATZMANN J., *Attentions, statistiques. Comment en déjouer les pièges*, Paris, Edition La Découverte, 1992, pp.217-218

Les pourcentages

Dès le cycle 3 et 4, comme l'indiquent les programmes scolaires, on aborde les notions de pourcentage.

Dans la partie « *Opérer, fractionner* » il est explicité *:*

- *Représenter dans un quadrillage un pourcentage et exprimer la fraction équivalente*
- *Calculer des pourcentages*

Mais force est de constater que l'utilisation des pourcentages reste problématique aussi bien pour les novices que pour certains initiés. Prenons quelques exemples pour illustrer des erreurs classiques.

Imaginons les annonces suivantes qui sont fictives, mais plausibles :

> *« Il y a 6 ans, le déficit budgétaire de notre commune avait augmenté de 15% sous le dernier mandat et depuis lors, ce dernier a décru en pourcentage et n'a augmenté que de 14%. »*

Comment doit-on comprendre ces pourcentages ? On compare des pourcentages (valeurs relatives) alors que les valeurs de départ, ce sur quoi sont calculés ces pourcentages, sont différentes. On a donc peu d'intérêt à parler avec des pourcentages, si ce n'est peut-être pour éviter de présenter les valeurs absolues. Prenons un déficit de 100 :

100 . 1,15 = 115 soit une augmentation de 15.
115 . 1,14 = 131,1 soit une augmentation de 16,1
L'augmentation en valeur absolue ne reflète pas la bonne gestion du déficit que l'on nous présente.

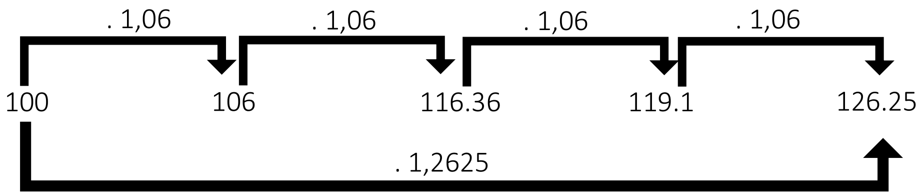
> « *Le pouvoir d'achat avait diminué de 12 %, mais grâce aux réformes proposées, il a repris 12%* »

La situation serait-elle idyllique ? Le pouvoir d'achat semble être revenu à la normale. Qu'en est-il réellement ? Prenons un pouvoir d'achat de 100 :

100 . 0,88 = 88
88 . 1,12 = 98.56
Le pouvoir d'achat a augmenté, mais n'a toujours pas atteint son niveau précédent.

> « *Depuis 15 ans, le chômage a augmenté de 6% par an pendant 4 ans, soit près de 24%* »

Peut-on parler de 24% en 4 ans ? Peut-on manipuler des pourcentages comme l'on manipule des valeurs absolues ? Il semblerait que non, une augmentation annuelle de 6% sur 4 années représente 26%.



Selon N. Gauvrit[4], les biais liés aux manipulations des pourcentages pourraient s'expliquer en deux points.

Premièrement, considérer une augmentation d'un certain pourcentage comme un « ajout ». Et donc ne pas appréhender le fait qu'un pourcentage renvoie à une multiplication et non à une addition, même si cela peut sembler plus naturel.

Ensuite, ne pas percevoir que ce que l'on ajoute dépend d'une valeur de départ. Cela revient à considérer qu'une augmentation relative équivaut à la même augmentation absolue. On confond une valeur en pour cent avec une valeur fixe, comme si le symbole « % » était le symbole d'une unité.

Pour s'en convaincre, on peut penser au procédé tout naturel qui consiste à calculer un pourcentage et puis à l'ajouter à une valeur de départ. Pour déterminer un produit TTC avec une taxe de 5.5% et un produit à 120 EUR HT, on détermine 5.5% de 120 EUR (soit 6.6 EUR) et l'on ajoute cette valeur aux 120 EUR de départ. Nul doute que de nombreux élèves procèdent de la sorte et que cette manipulation correspond finalement mieux à l'image d'augmenter une valeur d'un certain pourcentage ou d'ajouter un certain pourcentage à une valeur.

Quand on manipule plus aisément les pourcentages, il reste une pratique qui peut heurter notre bon sens : l'application des pourcentages quand on étudie des nombres négatifs.

Pour mieux comprendre dans quel contexte cette pratique peut s'observer, détaillons un cas réel repris dans l'ouvrage de ELLENBERG J.

« *En 2011, le Parti républicain du Wisconsin publia un communiqué vantant les créations d'emplois du gouverneur Scott Walker. C'était à la fin d'un autre mois de croissance molle pour l'économie américaine en général, qui n'avait gagné que 18 000 emplois au niveau national. Mais les chiffres de l'emploi de l'État du Wisconsin avaient un bien meilleur aspect, avec un gain net de 9 500 emplois. Nous avons appris aujourd'hui, disait le communiqué, que plus de 50% du gain d'emplois aux États-Unis au mois de juin est dû à notre État.* »[5].

Cette annonce sous-entend que l'État du Wisconsin aurait créé autant d'emplois que dans tout le reste du pays. L'État voisin, le Minnesota, ne devait pas l'entendre de cette oreille, car celui-ci avait gagné plus de 13 000 emplois. Si le Wisconsin peut se targuer de représenter 50% (9 500/18 000) du gain d'emplois aux États-Unis, alors le Minnesota peut revendiquer 70% du gain d'emplois (13 000/18 000). N'y a-t-il pas là quelque chose qui cloche ? Ces pourcentages dépassent 100%, ce qui reviendrait à dire que le Wisconsin et le Minnesota réunis représentent 120% du gain d'emplois aux États-Unis. Comment est-on supposé interpréter cela ? Le calcul est techniquement correct, mais fort trompeur. On compare la création d'emplois d'un État avec celle du pays, alors que la création d'emplois ne traite pas uniquement des nombres positifs.

The Bureau of Labor Statistics, qui réalise ces relevés[6], sépare les données nationales des données par État. Il précise également que ce n'est pas pertinent de comparer ces deux types d'études. Une petite recherche dans leur base de données permet de retrouver les données relatives à la variation d'emplois entre mai et juin 2011. Cela permet de mieux visualiser que certains États ont eu des pertes d'emplois qui contrebalancent les gains. C'est le cas du Missouri et du Tennessee qui perdent respectivement 12 900 et 16 900 emplois.

---

[4] GAUVRIT N., *Statistiques, Méfiez-vous*, Paris, Ellipses Edition Marketing S.A., 2007, p.15
[5] ELLENBERG J., *L'art de ne pas dire n'importe quoi (How not to be wrong),* Cassini, France, 2019, pp. 95-104
[6] BLS, *Regional and State Employement and Unemployment-June 2011,* sur le site « Bureau of Labor Statistics », publié le 22 juillet 2011, mis à jour le 09 aout 2011

Dans la classe

Proposition d'activité n°1 : Utilisation pertinente des pourcentages

a) Public :

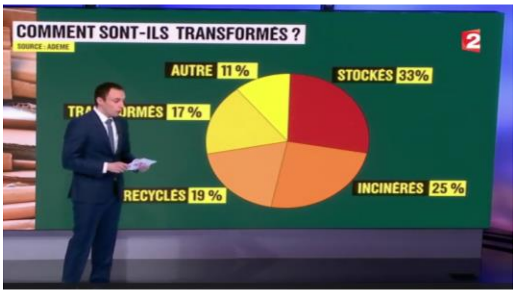
Dès la fin du primaire.

b) Mise en œuvre :

On présente des vidéos et des photos tirées de la vie quotidienne pour analyser l'utilisation et la pertinence des pourcentages. Chaque support permet d'expliciter son raisonnement et d'échanger un point de vue. On cherche les erreurs et on présente nos solutions.

Exemple de support :

(13 janvier 2018 - JT de France 2)
Le prix de la baguette aurait augmenté de 31% selon les intervenants.



(23 janvier 2018 - JT de France 2)
Le diagramme circulaire représente la façon dont sont traités les déchets.

(19 février 2013 - JT de France 2)
On présente l'évolution de la facture d'électricité.

(17 mars 2016 – JT de M6)
Présentation de l'évolution de la production d'huile de palme.

(12 janvier 2018 - JT de la RTBF)
Le Directeur général de Renta, Fédération belge des loueurs de véhicules, indique qu'il y a eu 10 000 demandes de leasing pour particuliers en 2017, alors qu'en 2016 il n'y avait eu que 7 000 demandes, soit une augmentation de 30% en un an.

Source des images/vidéos : DURAND A., DURAN J. FORCONI M.-T., *Vidéo de Mathix*, du site *Enseignant des maths*, mathix.org, dernière consultation en mai 2019.

c) Objectifs principaux :

- Déterminer des rapports entre des grandeurs
- Interpréter un pourcentage
- Comparer, organiser des grandeurs
- Se décentrer, évaluer la validité d'un rapport en fonction des informations communiquées

d) Commentaires :

Pour cette activité, les supports (vidéos/images) doivent permettre de mettre en lumière la récurrence de certaines erreurs et la prudence qu'il faut garder vis-à-vis des chiffres communiqués. Une démarche de recherche afin de vérifier les informations doit alors être entamée.

Les élèves devront analyser et comprendre les messages, comprendre la nature des informations, raisonner et argumenter. Ils devront également s'interroger sur la pertinence d'additionner des pourcentages, trouver le sens des pourcentages dans le cadre de l'utilisation de diagramme. Une suite envisageable pour des exercices serait de calculer et comparer des ristournes ou d'analyser un diagramme en bâtonnets avec des pourcentages. Le diagramme devra permettre de distinguer les cas où l'addition des pourcentages est pertinente de ceux où elle ne l'est pas.

La maitrise parfaite des calculs sur les pourcentages n'est pas nécessaire dans la mesure où les élèves sont outillés pour appréhender les rapports entre les grandeurs. Connaitre les fractions et la comparaison des fractions est utile, mais pas indispensable.

Les indices à tort et à travers

Lorsque l'on est confronté à une grande quantité de données collectées, il est nécessaire de trouver des outils pour pouvoir les exploiter. Sans cela, les successions de nombres n'auraient aucune signification à nos yeux tant la lisibilité serait compromise. On cherche donc à résumer l'ensemble des données et les « indices » sont des outils qui permettent cela. Mais résumer implique une perte d'information. Il faut donc comprendre et apprécier la pertinence des indices pour interpréter correctement une série de données.

Indices de position

Les indices de position ont pour objectif de résumer une liste de données à l'aide d'une grandeur unique. Celle-ci doit permettre d'avoir une valeur globale qui nous indique autour de quelle valeur tourne la série de données. Ce serait la réponse à une question du type : combien les Bruxellois ont-ils d'animaux de compagnie ? Nous aurions une valeur qui ne correspond pas à la réalité de tout le monde, mais qui traduit la situation d'un point de vue global.
Voici ci-dessous nos indices dont le plus courant est la moyenne.

- La moyenne (arithmétique) : la somme des valeurs divisée par le nombre d'effectifs
- La médiane : la valeur qui coupe la série de données en deux
- Le mode : la valeur la plus fréquente

Selon les situations, certains indices seront plus appropriés que d'autres. En effet, quel indice utilise-t-on quand on affirme que « la couleur de cheveux la plus fréquente dans la classe est le noir » ? Parmi nos élèves, certains n'ont pas les cheveux noirs, mais c'est bien la couleur qui revient le plus fréquemment. Nous utiliserions alors le mode, car la moyenne et la médiane ont peu de sens dans le cadre de ces données qualitatives discrètes.

En revanche, si l'on souhaite comparer un salaire par rapport à ceux du pays, quel indice utiliserions-nous ? Nous aimerions savoir comment ce salaire se situe par rapport aux autres, le comparer au salaire qui revient le plus souvent a donc peu de sens. Le salaire moyen (la moyenne des salaires) n'est pas réellement plus pertinent. En effet, il y a une telle disparité dans les niveaux de salaire que les plus hauts d'entre eux vont faire monter la moyenne, alors que la majorité des gens seront bien en deçà de ce salaire moyen. Il est plus intéressant d'utiliser la médiane. Celle-ci indique la valeur pour laquelle une moitié de la population gagne moins et l'autre moitié gagne plus. Cela nous permet de savoir si l'on est plutôt dans le « haut du panier » ou pas.

La moyenne si couramment utilisée n'est donc pas toujours appropriée. L'une des raisons est qu'elle est sensible aux valeurs extrêmes.

C'est ce que l'on peut constater dans l'exemple suivant[7], où l'on compare les rémunérations de deux entreprises.

Entreprise A		Enterprise B	
Salaire du patron (1 pers)	12.000 EUR	Salaire du patron (1 pers.)	25.000 EUR
Salaire des cadres (3 pers.)	3.000 EUR	Salaire des cadres (3 pers.)	2.000 EUR
Salaire des ouvriers (4 pers.)	1.600 EUR	Salaire des ouvriers (4 pers.)	1.500 EUR

[7] Tirée de SBPMef, *Statistiques,* Dossier pédagogiques n°6, Mons 1999

On nous communique les salaires moyens des entreprises. Pour l'entreprise A, ce dernier est de 3.425 EUR. Le salaire pourrait nous sembler moins attractif que dans l'entreprise B puisque celle-ci annonce 4.625 EUR de salaire moyen. Pourtant, en approfondissant la recherche, on constate que peu importe le poste (cadre ou ouvrier), le salaire est moins attractif dans la seconde entreprise. On doit bien se rendre compte que deux séries de données distribuées de manière très différente peuvent donc également donner une même moyenne. Dans notre situation, il aurait été plus judicieux de demander le salaire médian (2.300 EUR pour A et 1.750 EUR pour B) ou le mode (1.600 EUR pour A et 1.500 EUR pour B).

À l'échelle d'un pays, on pourrait donc trouver un salaire moyen élevé alors que la majeure partie de population meurt de faim. Cela peut sembler exagéré, car vous me direz, à juste titre, que l'on ne parle que très rarement des salaires moyens pour parler des pays et de leur « santé » économique. En effet, mais on parle, par exemple, du PIB qui ne permet pas non plus d'appréhender les inégalités au sein d'une population. Ce dernier, comme bien d'autres « indicateurs », n'est rien d'autre qu'un indice conçu pour analyser des données bien précises. Mais ces « indicateurs » ne sont pour autant pas exempts de défauts, comme nous le verrons dans les pages qui suivent.

Pour en revenir à la moyenne, nous avons vu qu'elle n'était pas toujours l'indice à privilégier. Il arrive également qu'elle soit pertinente, mais qu'il faille pour cela s'adapter et s'éloigner de la traditionnelle moyenne arithmétique. Nous n'allons pas résumer la manière théorique de calculer ces différentes moyennes, mais plutôt préciser les situations où le calcul serait vide de sens sans la « bonne » moyenne.

Pour commencer, étudions une situation[8] et comparons deux trajets.

- Le premier automobiliste roule pendant une heure à la vitesse de 50 km/h puis pendant une heure supplémentaire à du 100 km/h.

- Le second automobiliste roule à du 50km/h sur 75km et continue à du 100km/h sur les derniers 75km de son trajet.

Force est de constater que les deux automobilistes ont parcouru la même distance. En effet, le premier a roulé 50km (50km/h . 1h) puis 100km (100km/h . 1h), soit 150km tout comme le second automobiliste (75km + 75km). Cependant, ont-ils été « à la même vitesse » ?

Dans les deux situations, pour déterminer leur vitesse moyenne, on pourrait être tenté de revenir à notre moyenne usuelle (arithmétique). On obtiendrait alors 75km/h pour les deux (50+100 /2). Mais on se rend bien compte que si l'un d'eux est arrivé au bout de son trajet avant l'autre, ce n'est pas logique de leur attribuer la même vitesse moyenne. Pour répondre à la question de la vitesse moyenne, il faut donc rechercher la vitesse qu'il aurait fallu pour parcourir la même distance en un même laps de temps.

Le premier automobiliste parcourt 150km en une heure, et le second parcourt les 75 premiers kilomètres en une heure et demie puis les 75 derniers kilomètres en trois quarts d'heure, soit deux heures et quart de trajet. Le premier a donc bien une vitesse moyenne de 75km puisqu'à une vitesse de 75km/h, on parcourt bien 150km en deux heures (150km / 2h). Et le second a une vitesse moyenne de 150km / 2,25h, soit 67km/h.

[8] GAUVRIT N., *Statistiques, Méfiez-vous*, Paris, Ellipses Edition Marketing S.A., 2007, pp.44-46

La vitesse moyenne ne correspond pas toujours à la moyenne des vitesses. Nous avons calculé ici la « moyenne harmonique » pour le second automobiliste et la « moyenne arithmétique » pour le premier. Sans entrer dans des règles d'utilisation qui divergent et abondent dans la littérature[9], on préféra préciser qu'il faut être attentif au sens et aux variables observées afin de déterminer le type de moyenne à utiliser.

Ajoutons qu'un autre type de moyenne est nécessaire quand le processus est multiplicatif et non plus additif : la moyenne géométrique. Prenons un exemple impliquant des coefficients multiplicateurs : l'évolution du prix d'une action.

	Prix au 1er janvier 2016	Pris au 1er janvier 2017	Pris au 1er janvier 2018	Pris au 1er janvier 2019
Action A	104	112	110	120
Action B	60	65	66	72

Identifions les coefficients multiplicateurs.

Action A	104	112	110	120

. 1,077 . 0,982 . 1,091

Action B	60	65	66	72

. 1,083 . 1,015 . 1,091

Dès lors, quels sont les coefficients d'accroissement annuels moyens de ces actions ? Pour ce faire, on peut utiliser une moyenne géométrique. Cela consiste à trouver des nombres égaux (un seul nombre donc) dont le produit (le cube dans notre cas) équivaut au produit des coefficients multiplicateurs.

Pour comparer les coefficients d'accroissement annuels moyens de ces actions, il nous faut donc faire la racine cubique de (1,077 . 0,982 . 1,091) et la racine cubique de (1,083 . 1,015 . 1,091). Ce qui nous donne un coefficient d'accroissement de 1,048 par an pour l'action A et 1,062 pour l'action B.

Il faut donc bien être conscient qu'il existe différents types de moyennes qu'il faut sélectionner avec soin afin de ne pas calculer des données vides de sens. Ces quelques exemples doivent également nous rappeler que ces indices généraux que sont la médiane, le mode et la moyenne ont leur utilité et leur limite. Il faut les considérer avec prudence, car un indice n'est finalement qu'un indice, il ne peut résumer fidèlement toute une série de données.

[9] VANDESCHRICK C., *La moyenne : concept unique ou multiple ?,* UCL-ESPO/SPED, 1999, pp. 49-53

Les indices particuliers

Comme nous l'évoquions, il existe des indices plus complexes que nos indices de position. Ils sont conçus pour analyser et faire part de données bien précises. Ces derniers sont régulièrement utilisés, mais l'interprétation que l'on en fait est-elle toujours correcte ?

Prenons un exemple : « le seuil de pauvreté ». Imaginons qu'un intervenant nous indique que 25% des personnes vivent en dessous du « seuil de pauvreté ». Il existe au moins 4 indices de pauvreté différents utilisés internationalement[10]. L'auditeur ne sait donc à priori pas duquel on parle et comment il est calculé. Ensuite, comment l'auditeur doit-il interpréter ce seuil ? Est-ce que cela veut dire que 25% des personnes sont « pauvres » (sans avoir de définition de ce qu'est un « pauvre ») ?

Selon la définition de l'INSEE, cet indice mesure plus l'inégalité que la pauvreté.

« Dans l'approche en termes relatifs, le seuil de pauvreté est déterminé par rapport à la distribution des niveaux de vie de l'ensemble de la population. Eurostat et les pays européens utilisent en général un seuil à 60 % de la médiane des niveaux de vie. La France privilégie également ce seuil, mais publie des taux de pauvreté selon d'autres seuils (40 %, 50 % ou 70 %), conformément aux recommandations du rapport du Cnis sur la mesure des inégalités. » [11]

La première difficulté pour appréhender cet indice, c'est le fait que l'on prend la médiane comme point de comparaison. Autrement dit, il faut savoir que l'on ne pourrait pas avoir plus de 50% de personnes sous ce seuil. Cela change considérablement la perception que l'on peut avoir de cet indice. Car celui-ci est relatif, il tient compte du pays.
Ensuite, la définition de pauvre est un obstacle à la bonne compréhension de l'indice. Il y a des paramètres qui vont définir ce qu'est un « pauvre », mais cela va fortement varier d'un pays à l'autre. Est-ce que ce seront les mêmes considérations entre un pays du tiers monde et la Belgique ? Même si l'on peut parler d'un seuil de pauvreté qui ne soit pas relatif au pays, d'un seuil de pauvreté « absolu », cela a peu de sens de comparer les pays entre eux, car les réalités ne sont pas les mêmes.

Donc si l'on y réfléchit, le fait qu'un pays ait un taux de pauvreté supérieur au nôtre ne signifie pas forcément que les habitants y vivent plus mal.

Les indices particuliers, comme ce seuil de pauvreté ou comme l'indice des prix, le PIB, l'espérance de vie…, n'ont pas toujours la signification qu'on leur donne. Pourtant, ils sont souvent utilisés pour appuyer un discours et malheureusement on se laisse aller à notre intuition lorsqu'il s'agit de les interpréter alors qu'il nous faudrait aller plus loin.

---

[10] GAUVRIT N., *Statistiques, Méfiez-vous*, Paris, Ellipses Edition Marketing S.A., 2007, p.49

[11] Définition de L'INSEE (institut national de la statistique et des études économiques) disponible sur www.insee.fr

Dans la classe

Proposition d'activité n°1 : Des problèmes divers

a) Public :

Dès le début du secondaire.

b) Mise en œuvre :

On peut proposer de multiples petits problèmes qui seront sujets à débat et pousseront les élèves à trouver un indice pertinent pour résumer une série de données. C'est le cas de la situation n°1 qui peut amener un débat sur les diverses manières d'interpréter la moyenne demandée et sur la pertinence des indices. Dans le cadre des diverses moyennes, des problèmes peuvent amener à déterminer la non-pertinence de la moyenne arithmétique et ainsi à rechercher de nouvelles moyennes. C'est le cas de la situation n°2 qui peut amener plusieurs propositions de moyenne aisément comparables et vérifiables.

Exemple :

<u>Mise en situation n°1</u>[12]

Considérant ses listes d'élèves, le professeur est perplexe. Il a en charge :

- Une classe de 25 élèves pendant 5 périodes/semaine
- Une classe de 24 élèves pendant 4 périodes/semaine
- Une classe de 27 élèves pendant 5 périodes/semaine
- Une classe de 17 élèves pendant 6 périodes/semaine
- Une classe de 3 élèves pendant 2 périodes/semaine

Ce qui donne un total de 96 élèves dont il a la charge pendant 22 périodes/semaine.

Combien d'élèves a-t-il « en moyenne » devant lui par période ?

<u>Mise en situation n°2</u>[13]

Une action est émise au prix de 100 EUR. Un an plus tard, elle se négocie à 180 EUR, et après la deuxième année, à 162 EUR. Quel en est le coefficient d'accroissement annuel moyen ?

c) Objectifs principaux :

- Expliciter son interprétation et la confronter avec celle des autres
- Se donner des critères pour prendre position et identifier un indice approprié
- Identifier et extraire les informations
- Comprendre les limites des indices

[12] Tirée de SBPMef, *Statistiques,* Dossier pédagogiques n°6, Mons 1999
[13] Ibid.

Les graphiques

Quand les tableaux numériques peuvent en rebuter plus d'un et que les mots ne suffisent pas à faire passer un message, il reste une solution : les graphiques. Quoi de plus parlant qu'un dessin. Ces représentations sont de parfaits outils de communication et ils offrent de réels avantages : ils donnent une vision globale d'une situation, ils sont adaptés à l'esprit humain, parlants et économiques. Cela ne veut évidemment pas dire qu'ils sont exempts de défauts. En effet, la lecture que l'on se fait de ces représentations peut fortement varier en fonction de la méthode de construction des graphiques. C'est cette lecture biaisée qui peut nous amener à ne pas interpréter des données correctement et à être victimes de tromperie.

Les axes tronqués

Il existe de nombreux types de représentations graphiques, mais le plus courant est d'utiliser deux axes. Cette représentation est particulièrement adaptée pour représenter l'évolution d'une variable dans le temps.

Reprenons une situation proposée par D. HUFF [14]. Imaginons que l'on souhaite illustrer une augmentation, des bénéfices par exemple, de dix pour cent sur l'année. Les diagrammes en courbe (*line chart*) ci-dessous montrent plusieurs possibilités.

Fig.1

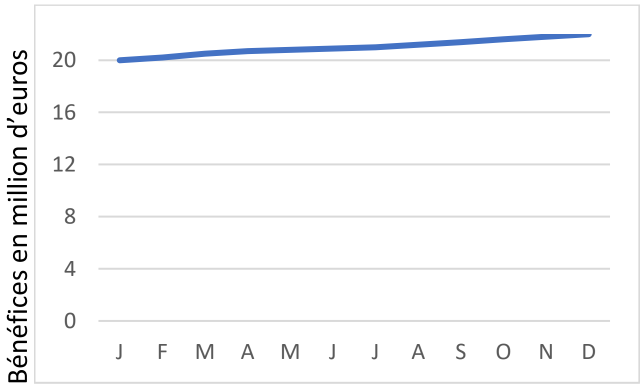


Fig.2

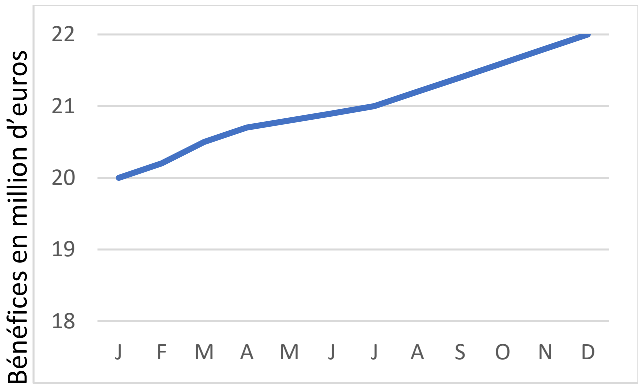
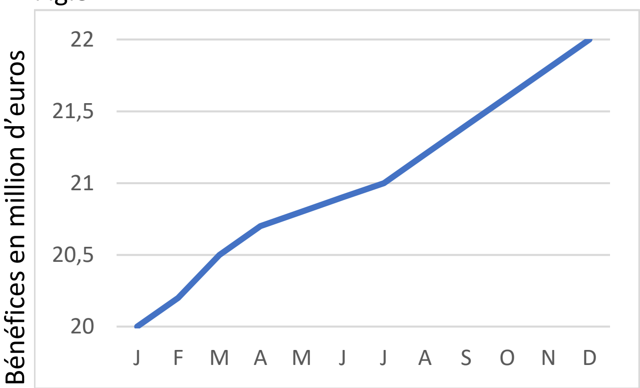


Fig.3



[14] HUFF D., *How to lie with statistics*, Etats-unis, W. W. Norton & Company Inc., première publication en 1954, pp.58-61

Dans les conventions, les axes se coupent en 0, mais rien ne nous oblige à le faire. Pourtant, jouer sur les axes modifie grandement la perception que l'on peut avoir d'une représentation. Les fig.1 à 3 sont correctes et donc légitimes. Aucun argument ne semble influencer notre supposée objectivité lors de leur lecture.

Cependant, notre lecture n'est pas la même d'un graphique à l'autre. Notre premier graphique (Fig.1) démarre à 0 sur l'axe des ordonnées (vertical) et les proportions sont respectées. Les dix pour cent de progression « représentent » bien dix pour cent. Ce qui n'est pas le cas des deux autres graphiques, les proportions perçues ne sont pas les mêmes.

On aurait tendance à dire qu'il y a « une légère augmentation des bénéfices » sur le premier graphique alors que sur les autres, on pourrait dire qu'il semblerait y avoir « une augmentation drastique des bénéfices ».

En somme, en modifiant les proportions entre abscisses et ordonnées, on modifie la perception du lecteur. Ce dernier regarde d'abord la tendance du graphique pour forger sa première impression. La manipulation est simple et régulièrement utilisée pour orienter un message.

Pourtant, l'argumentation de certains pourrait être la suivante : si l'on cherche à représenter des choses graphiquement, c'est que cela a une importance pour nous. On ne cherche pas spécialement à tromper. Si l'on veut montrer une croissance, cela nous amènera à utiliser les fig.2 et 3 qui mettent l'accent sur ce qu'il faut regarder : la croissance.

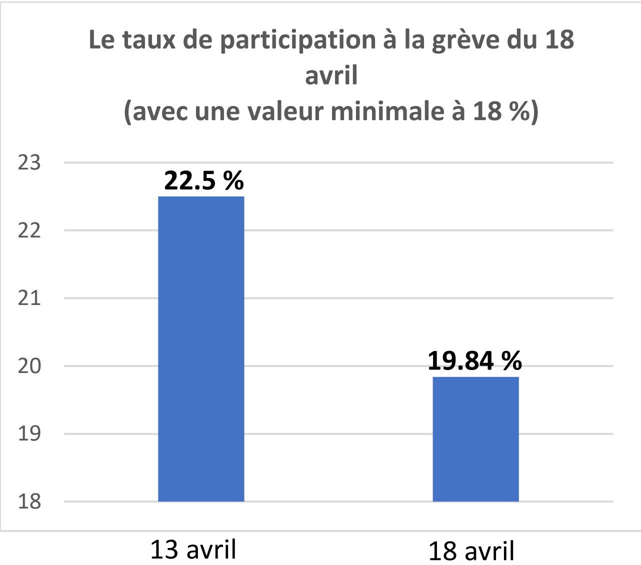
Malheureusement, « *On peut utiliser ces différentes représentations pour manipuler l'opinion publique, ou son lectorat si l'on est journaliste* »[15]. Pour illustrer ce fait, N. GAUVRIT prend l'exemple d'une revue généraliste locale publiée en 2004 qui présente l'évolution du nombre d'agressions dans une ville. C'est avec ce genre de thématiques que l'on peut mieux ressentir le risque de telles manipulations sur l'interprétation du lecteur.

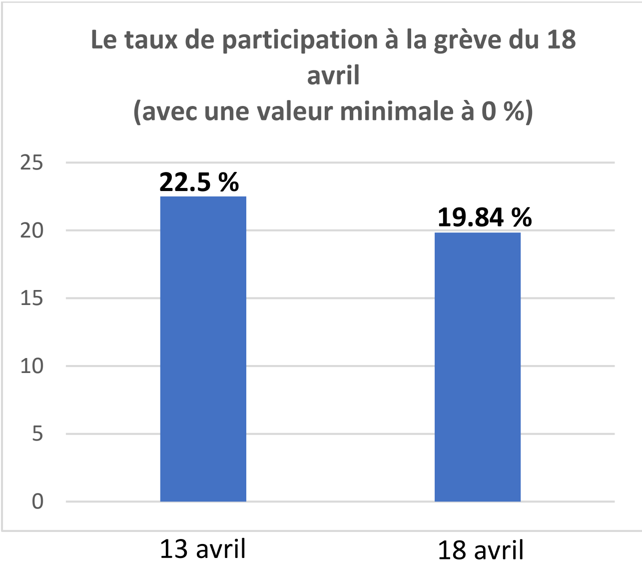
Prenons l'exemple du communiqué de presse de la SNCF (Société nationale des chemins de fer français) relatif au taux de participation à la grève du 18 avril 2018. L'histogramme présenté par l'entreprise utilise également deux axes.

Source : FAIVRE S., *Le graphique trompeur de la direction de la SNCF sur le taux de participation à la grève*, site du journal « Le Monde », https://www.lemonde.fr/, publié le 18 avril 2018 à 17h45, mis à jour le 24 avril 2018 à 18h12

[15] GAUVRIT N., *Statistiques, Méfiez-vous*, Paris, Ellipses Edition Marketing S.A., 2007, p.69

Observons le graphique de gauche sur le communiqué de presse. Précisons que l'axe des ordonnées n'est pas représenté, ce qui ne favorise pas la lecture, mais que l'on peut malgré tout lire les données. Les deux graphiques ci-dessous sont construits avec ces mêmes données. Ils permettent de comparer un axe qui commence à 18% et un autre à 0%.





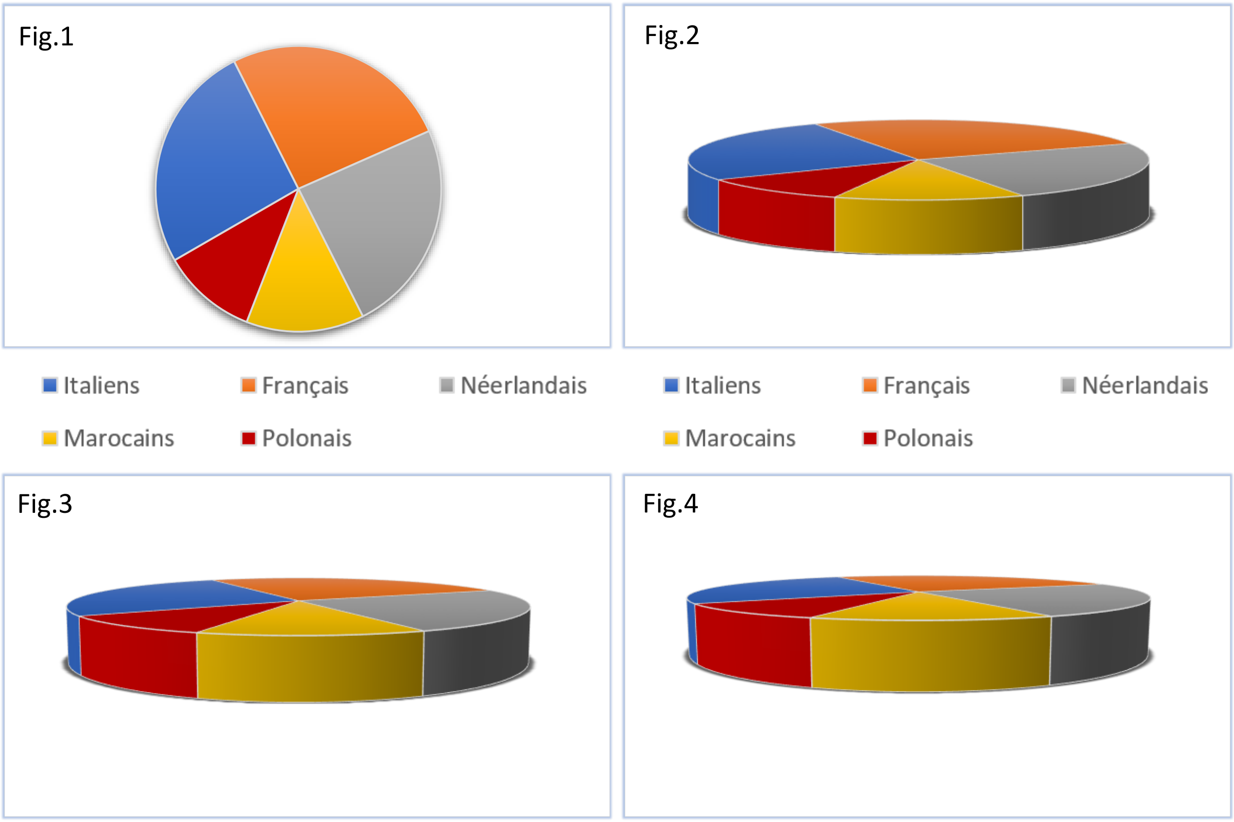
On ne peut que constater que la représentation choisie par le communicant accentue la baisse de participation. Les chiffres sont des données objectives, mais le choix de la représentation accentue la subjectivité et oriente l'interprétation. À titre de comparaison, le graphique de droite de ce même communiqué ne donne pas la même impression, car celui-ci a un axe qui commence à 0%. (Voir annexe n°2 : on remarque que le communiqué de presse du 19 avril 2018 contraste avec celui du 18 avril simplement car les axes ne sont pas tronqués.)

Diagramme circulaire et perspective 3D

Le diagramme circulaire fait partie de ceux que l'on rencontre le plus régulièrement. Ce dernier est particulièrement adapté pour représenter la taille relative, l'importance d'éléments par rapport à un tout. Ce qui peut poser un problème dans ce type de représentation est l'utilisation de la perspective 3D au profit de la 2D. Car ce n'est plus un disque que l'on représente en perspective, mais bien un cylindre.

Dans ce diagramme, l'angle au centre d'une portion donnée balaie et détermine un secteur angulaire.

Les aires des secteurs angulaires conservent le rapport des portions par rapport au tout. C'est-à-dire que le rapport des aires est égal au rapport des pourcentages.



Source : Rapport MYRIA, *Immigré, étranger, Belge d'origine étrangère : de qui parle-t-on?,* Rapport Myriatrics n°2, décembre 2015, p.3

L'orientation et l'inclinaison semblent modifier la perception des proportions. Le disque est transformé en ellipse par une affinité, les aires des secteurs angulaires du cercle et de l'ellipse sont donc proportionnelles entre elles[16]. La perception semble pourtant différer en fonction de la position de la portion. Celle-ci sera perçue comme plus importante si elle est située à l'avant plutôt qu'à l'arrière. La tranche visible du cylindre joue sur notre perception.

Pour s'en convaincre, on peut comparer la fig.1 avec la fig.4 et quadriller les graphiques. Même si l'on fait cela approximativement, on pourra constater que le rapport entre l'aire d'une portion et l'aire totale diffère d'un graphique à l'autre. Le disque est transformé en ellipse, mais le quadrillage que l'on considère, et qui nous sert de repère, n'est pas déformé. Cela permet d'évaluer l'importance relative des portions. On constate que d'une part les portions qui apparaitront du côté du lecteur bénéficient d'une tranche visible, et d'autre part que les portions les plus éloignées verront leur aire diminuer à cause de la perspective utilisée.

Fig.1

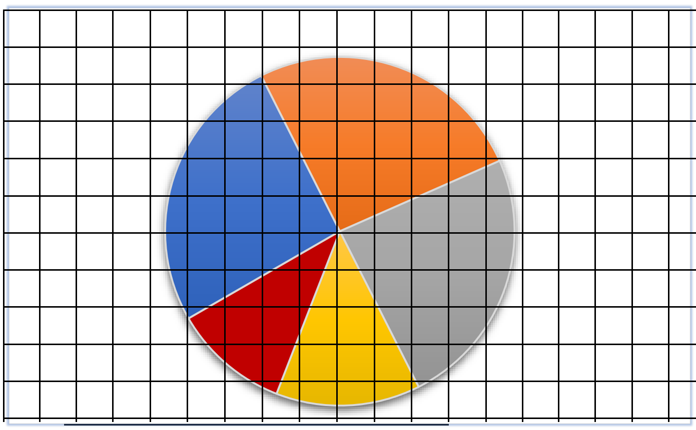
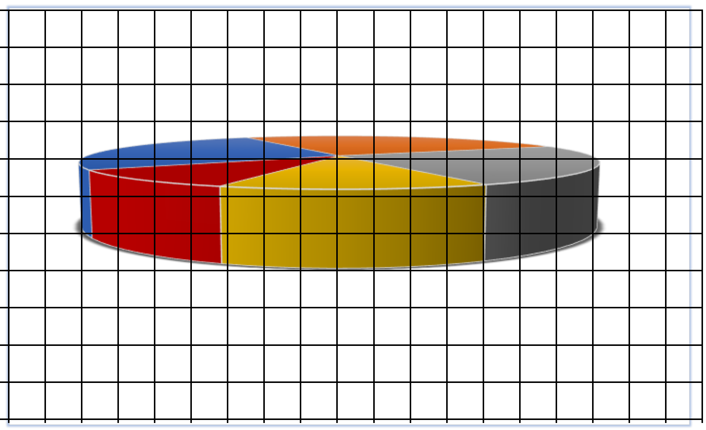


Fig.4



[16] JADIN B., KROONEN C., PETITJEAN J., *Graphique mon beau graphique*, dans Losanges, N°42, 2018, pp.15-26

Relation quadratique

Maintenant, nous allons nous intéresser à la différence de perception lorsque l'on compare des longueurs et lorsque l'on compare des aires. Les représentations graphiques ont l'avantage d'être souvent faciles à « lire ». Et les graphiques sous forme de représentation/d'image sont considérés comme plus attrayants et plus agréables à la lecture que les graphiques traditionnels.

Analysons donc l'une des pratiques qui consistent à représenter les données sous la forme d'agrandissement d'une seule et même image. Pour ce faire, j'ai repris des données dans l'un des rapports de MYRIA (le Centre Fédéral Migration). Je les ai représentées à l'aide d'images (Fig.1) et d'histogrammes (Fig.2).

Nombre d'immigrés (personnes nées à l'étranger)
2000 et 2014

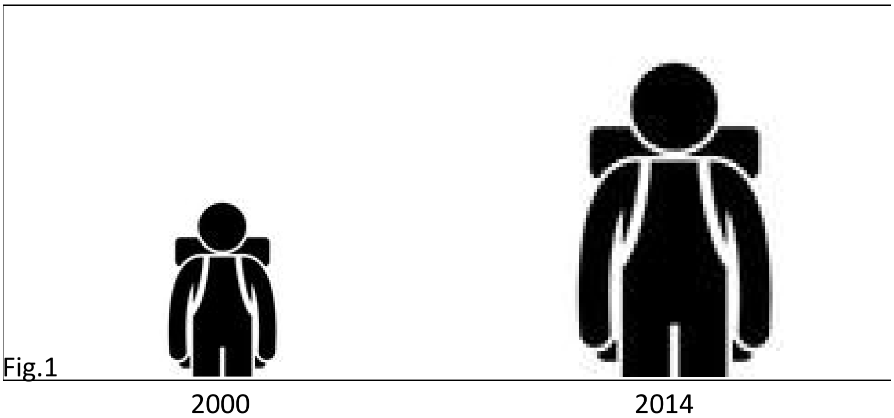


Fig.1

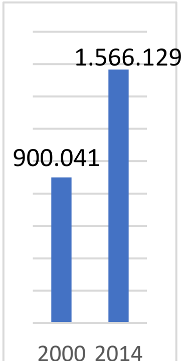


Fig.2

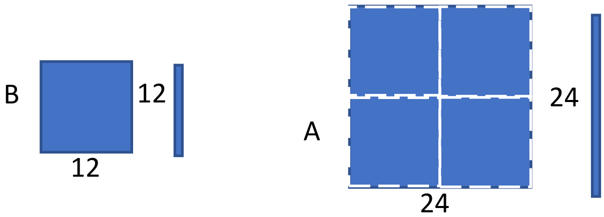
Source des données : MYRIA, *Immigré, étranger, Belge d'origine étrangère : de qui parle-t-on ?*, Rapport Myriatrics n°2, déc. 2015, p.3

Dans les deux représentations ci-dessus, on se base sur des longueurs pour représenter l'augmentation. Comme le précise E.TUFTE[17], le rapport entre les images devrait suggérer le même rapport qu'entre les données. Or, la fig.1, comme la plupart des représentations de ce type, ne respecte pas ce principe fondamental. Cela est dû au fait que l'on utilise une surface qui n'a qu'une seule dimension pour illustrer une donnée.

Pour cette pratique, comme pour les autres biais graphiques, nous pouvons parler d'un facteur de tromperie. Ce concept de « *lie factor* » défini par l'auteur de « *The Visual Display of Quantitative Information* » permet d'évaluer le degré de distorsion qu'il y a entre l'image et les données.

Des psychologues cognitivistes ont mené des expériences sur la perception de ce type de représentation[18]. Afin de mieux comprendre ce biais, que l'on nomme « relation quadratique », comparons deux valeurs « A » et « B ». La valeur « A » vaut le double de l'autre (B). Si l'on souhaite représenter ces données en utilisant des longueurs et des aires, cela implique des longueurs deux fois plus petites pour la valeur « B », mais une aire quatre fois moins grande.

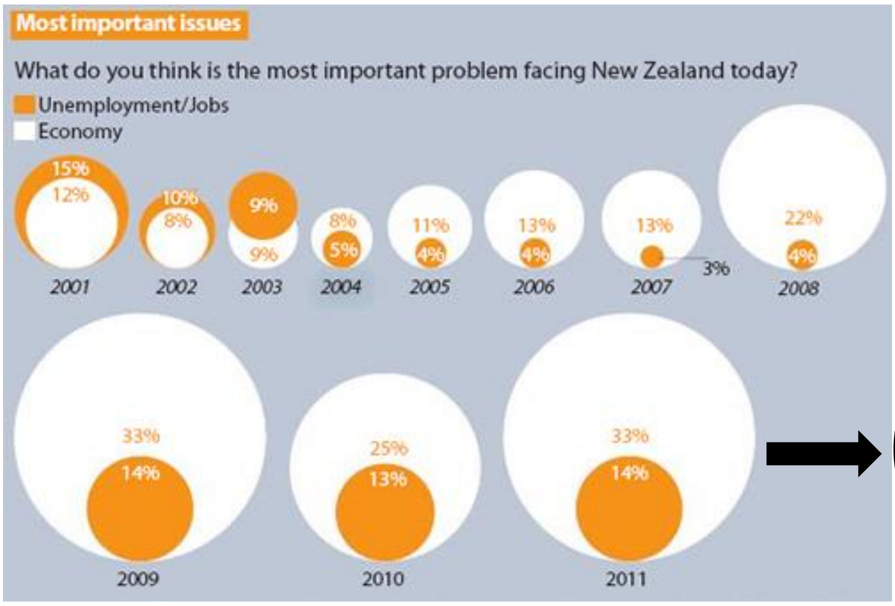
A	24
B	12

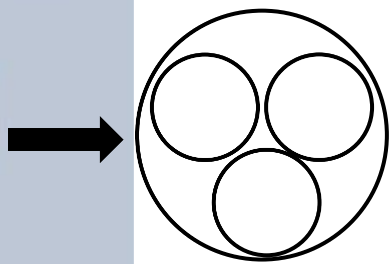


[17] TUFTE E., *The Visual Display of Quantitative Information*, Second Edition, Graphics Press, USA, 1991, p. 69.
[18] GAUVRIT N., *Statistiques, Méfiez-vous*, Paris, Ellipses Edition Marketing S.A., 2007, p.95

On pourrait penser, pour être plus « précis », que représenter une surface deux fois plus petite et non une longueur deux fois plus petite soit plus approprié. Pour cela, le facteur de réduction ne doit pas être de 1/2, mais bien de 1/1,41. Autrement dit, un sur la racine carrée de 2. Malheureusement, les études[19] ont montré que dans un cas comme dans l'autre, la perception est tronquée. Quand on utilise le facteur ½, la plupart des gens perçoivent une valeur « A » qui dépasse le double de la valeur « B ». Et quand on utilise un facteur de 1/1,41, on a davantage l'impression qu'elle vaut moins du double (voir annexe n°1).

Ces représentations basées sur l'aire ne sont pourtant pas rares. On les retrouve dans les cartogrammes ou les graphiques à bulles régulièrement utilisés en économie. Le biais précédemment explicité d'une relation non linéaire mais quadratique est bien connu. Donc même si ce n'est pas parfait, dans la plupart des graphiques, on adapte les longueurs/rayons en tenant compte de cette relation quadratique. Pour ce faire, on prend les racines carrées des données à représenter. Il faut malgré tout rester vigilant, car les erreurs restent fréquentes.





Source : Sunday Star Times, *"Rugby joy short-lived"*, February 2012

Dans cet exemple, c'est le diamètre qui représente le pourcentage et non l'aire. Pour les données de 2011, le petit cercle, qui représente 14%, entre bien plus de trois fois dans le grand, qui représente 33%. Pourtant,14% multiplié par 3 nous donne 42%, ce qui est supérieur à 33%. Visuellement, notre attention est portée sur les rapports des aires et non des hauteurs, des diamètres. Or, ce rapport ne reflète pas la réalité des données.

Le grand cercle est donc 5,5 fois plus grand ($33^2 \times \pi / 14^2 \times \pi = 5,5$) alors qu'il ne devrait être que 2,3 fois plus grand (33/14 = 2,3). L'augmentation perçue est donc de 450% au lieu de 135%. À partir de ces données, nous pouvons déterminer le *lie factor*, le degré de distorsion.

Degré d'augmentation observable sur le graphique / augmentation réelle des données : 450 / 135 = 3.3

Selon E.TUFTE[20], ce dernier devrait être situé entre 0,95 et 1,05 sachant que s'il était à 1, cela indiquerait qu'il n'y a aucune distorsion.

[19] GAUVRIT N., *Statistiques, Méfiez-vous*, Paris, Ellipses Edition Marketing S.A., 2007, p.95

[20] TUFTE E., *The Visual Display of Quantitative Information*, Second Edition, Graphics Press, USA, 1991, p. 69.

Dans la classe

Proposition d'activité n°1 : Organiser un débat

a) Le public :

À partir du 4ᵉ cycle.

b) Mise en œuvre :

Premièrement, on prépare des graphiques en lien avec les biais graphiques dont on souhaite discuter. Par type de biais, les représentations seront visuellement différentes, mais construites sur base des mêmes données. On privilégie des thématiques d'actualité.

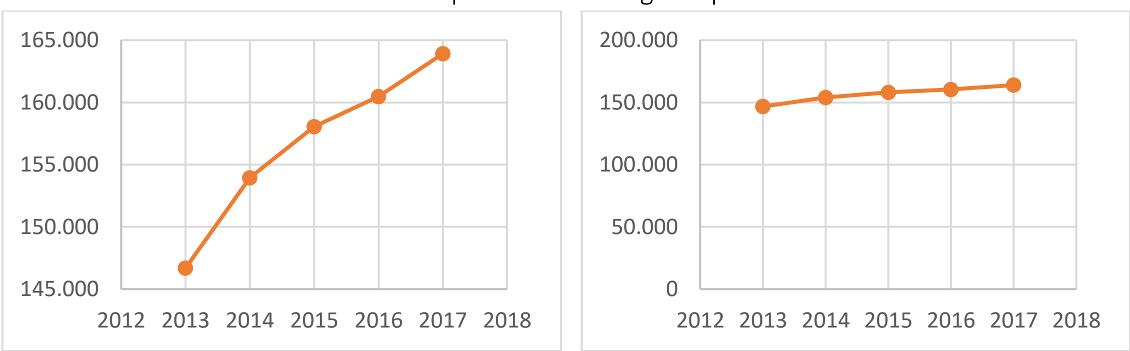
On forme autant de paires de groupe que de biais ou de thématiques que l'on estime pouvoir traiter dans le temps imparti. Par paire de groupe, il y a deux graphiques distincts dont l'interprétation peut être différente, mais pas les données.

Les groupes analysent leur graphique et répondent à une question qui porte sur l'interprétation des données. Les élèves devront également penser à une phrase « forte/choc » qui résume leur graphique. Les groupes présenteront leur graphique, leur interprétation/réponse et leur phrase. L'exercice peut être fait dans le cadre d'un jeu de rôle afin qu'une distance soit prise par rapport aux interprétations (campagne électorale, campagne de publicité …).

Les exposés sont sujets à débat afin de mettre en avant les différentes interprétations. Les paires de groupe travaillant sur un même biais sont invitées à se rassembler afin d'échanger. Ces échanges doivent permettre aux élèves de se positionner collectivement sur le graphique qu'ils estiment être le plus pertinent et sur l'interprétation finale. Ces derniers devront venir présenter les deux graphiques afin d'expliquer au reste de la classe leur conclusion et « pourquoi les interprétations peuvent-elles varier » (le biais graphique).

Exemple :

Nombre de personnes immigrées par année

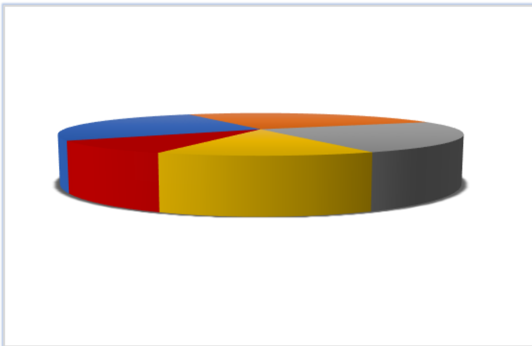


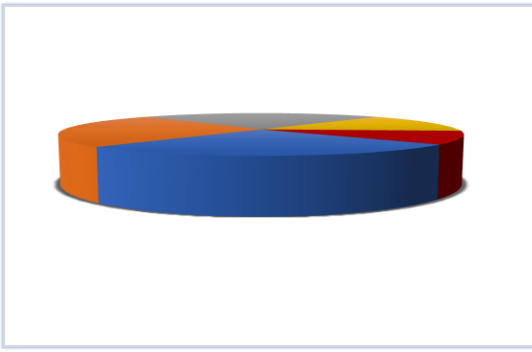
- Certains partis politiques s'inquiètent du nombre d'immigrés. Que pouvez -vous leur répondre ?

- Phrase « Choc » :

Source : Rapport STATBEL, *Migrations internationales totales (belges et étrangers),* disponible en format Excel sur le site statbel.fgov.be

Top 5 des principales nationalités étrangères présentes en Belgique





- Quel est le classement des cinq principales nationalités étrangères présentes en Belgique ?

- Phrase « Choc » :

Source : Rapport MYRIA, *Immigré, étranger, Belge d'origine étrangère : de qui parle-t-on ?,* Rapport Myriatrics n°2, décembre 2015, p.3

c) Objectifs principaux :

- Expliciter son interprétation et la confronter avec celle des autres
- Se donner des critères pour prendre position
- Identifier et extraire les informations
- Se décentrer par la discussion et évaluer la validité d'un jugement en fonction des informations communiquées

d) Commentaires :

L'expérience a été menée avec deux classes de première secondaire. Quand le jeu de rôle n'était pas clairement explicité, certains élèves ont éprouvé des difficultés pour verbaliser une interprétation du graphique qui allait à l'encontre de leurs convictions. Une fois cet obstacle passé, les élèves n'ont plus aucun mal à trouver des phrases percutantes qui résument les graphiques. À titre d'exemple, des élèves issus de l'immigration n'ont pas hésité à scander que selon le graphique, il y avait clairement trop d'immigrés.

L'étonnement suscité par les différentes interprétations permet de lancer les petits débats plus aisément. Par exemple : Pourquoi certains peuvent-ils dire qu'il n'y a pas vraiment plus d'immigrés qu'avant alors que l'on a constaté le contraire ? Une fois les biais identifiés par les élèves, j'ai remarqué qu'il pouvait rester certains désaccords quant à la pertinence des graphiques et l'interprétation. Les désaccords pouvaient porter sur l'utilité de tronquer l'axe (car dans le cas contraire, on ne voit pas l'évolution) ou encore sur le fait que « on sait que c'est telle nationalité que l'on rencontre le plus » et que la représentation de l'information ne change pas cela (ici les idées préconçues influent sur l'interprétation). Précisons que les sources des graphiques/des données sont communiquées à la fin de l'activité pour ne pas influencer les interprétations. Il est également intéressant d'aborder les notions liées aux thématiques. Qu'entend-on par immigrés, de qui parle-t-on ?

Proposition d'activité n°2 : Une course contre la montre

a) Le public :

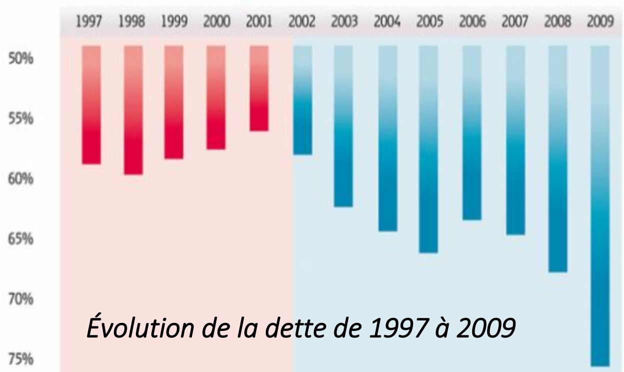
À partir du 5e cycle (1ère et 2e années du secondaire).

b) Mise en œuvre :

Le cadre du débat politique peut être posé pour motiver l'argumentation. On forme des groupes et on les informe de leur objectif : décrédibiliser et contrer les graphiques présentés par l'opposition. Les groupes auront donc à disposition des graphiques fournis par l'opposition. Dans la mesure du possible, les graphiques seront extraits des médias. Sachant que le porte-parole de leur parti devra bientôt passer à l'antenne, les élèves ont 15 à 20 minutes pour trouver des contre- arguments ou trouver les failles dans les graphiques de l'opposition.

Exemple :

Fig.1



Rem : En rouge jusque 2001, l'opposition était au pouvoir.

Fig.2

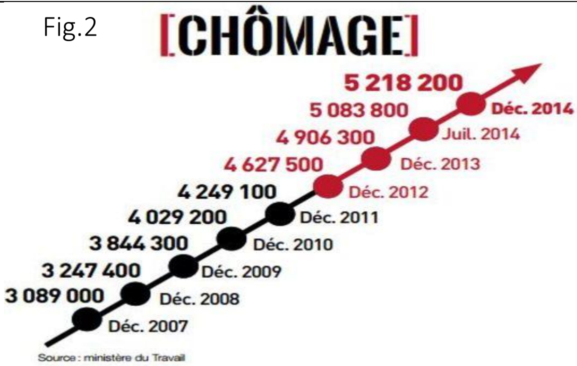
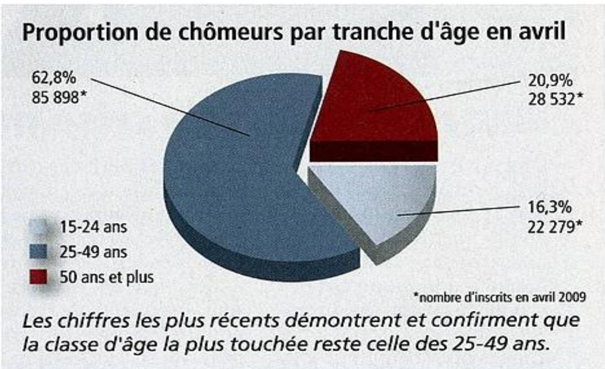


Fig.3



Source Fig.1 : BERTEN V., Comment mentir avec un graphique, sur le site *Smals Research, www.smalsresearch.be,* publié le 15 juillet 2015, dernière consultation en mai 2019, image tirée du site du PS

Source Fig.2 : POUCHARD A., *Départementales : le tract trompeur du Front national*, sur le site du journal le *Monde,* www.lemonde.fr, publié et màj le 10 mars 2015, dernière consultation en mai 2019

Source Fig.3 : DESSIBOURG O., *La vérité cachée des chiffres*, sur le site du journal le *Temps,* www.letemps.ch, publié le 18 octobre 2010, dernière consultation en mai 2019

c) Objectifs principaux :

- Déconstruire et reconstruire différents graphiques
- Identifier et extraire les informations
- Se donner des critères pour prendre position
- Comprendre les limites des données communiquées

d) Commentaires :

L'activité a été expérimentée à deux reprises avec des élèves suivant un cursus mathématique dans une haute école. Malgré leur base en statistiques, les élèves ne détectaient pas toujours d'argumentation valable pour déconstruire ou remettre en question les graphiques. Les principales difficultés résidaient dans la combinaison de biais graphiques et de représentations inhabituelles d'une part, et dans le malentendu didactique d'autre part. En effet, certains élèves avaient tendance à tenter de réaliser la tâche sans prendre en considération le contexte mathématique. L'objectif d'apprentissage devenait alors secondaire face à la production puisque l'argumentation ne se basait que sur la rhétorique.

Dans l'ensemble, le retour a été très positif. Les élèves ont d'abord déterminé quel message voulait faire passer l'opposition pour ensuite se demander comment ces données étaient présentées. Et c'est en imaginant comment représenter les données à leur avantage que les élèves trouvaient les arguments permettant de contrer l'opposition. Remarque : les sources des graphiques/des données sont communiquées à la fin de l'activité pour ne pas influencer les interprétations.

Corrélation

Cause à effet ou pas

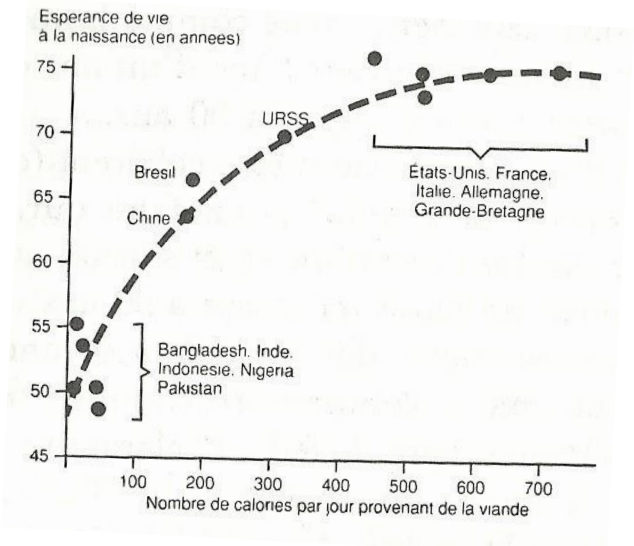
Les statistiques sont le plus souvent utilisées pour établir un lien ou comparer deux grandeurs. Cela est simplement dû au fait que les questions que l'on se pose le plus fréquemment impliquent d'apprécier les liens entre deux variables (le rapport entre un vaccin et une maladie, le rapport entre pauvreté et niveau d'étude …).

Nos expériences forgent nos croyances et nous avons tous fait des liens en toute bonne foi sans rechercher d'argument concret. L'Homme n'accorde pas la même importance à toutes ces observations : il a en effet tendance à vouloir confirmer que ce qu'il pense est vrai et non pas à se demander *si* cela est vrai.

On pourrait penser que les statistiques viennent à notre secours dans cet exercice difficile. Or, les résultats de certaines études peuvent être réellement étonnants, et il est assez répandu de se convaincre qu'un mécanisme causal relie deux grandeurs quand ces dernières sont étroitement liées. Comme l'indique N.Gauvrit « *c'est ce que l'on pourrait appeler le sophisme causal* » [21].

Prenons un exemple. Voici un diagramme de dispersion que J. Klatzmann a établi à partir de statistiques de la FAO[22].

Fig.1



Source : KLATZMANN J., *Attentions, statistiques. Comment en déjouer les pièges*, Paris, Edition La Découverte, 1992, pp.88-89

La première lecture nous indique que plus on mange de viande, plus l'espérance de vie à la naissance est élevée. Pourtant, le bon sens pourrait nous indiquer que la relation n'est certainement pas un lien de cause à effet. Mais notre raisonnement serait peut-être tout autre si l'on remplaçait la viande par une autre denrée alimentaire. Nous pourrions la remplacer par le chocolat ou mieux encore par de la

[21] GAUVRIT N., *Statistiques, Méfiez-vous*, Paris, Ellipses Edition Marketing S.A., 2007, p.109

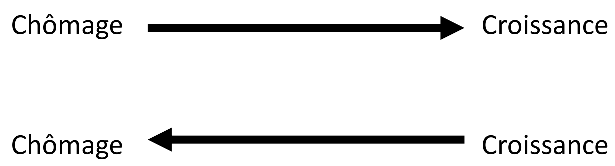
[22] Food and Agriculture Organisation of the United Nations

nourriture issue de l'agriculture biologique (le BIO). Le graphique resterait très similaire sachant que ce sont les pays occidentaux qui consomment le plus de chocolat et de BIO par habitant.[23]

Ce changement de point de vue doit nous rappeler que le danger est réel quand il s'agit de confondre corrélation et causalité. Cela est d'autant plus vrai s'il s'agit d'un résultat qui va dans le sens attendu, qui conforte nos idées préconçues.

Induire un lien de causalité est donc une erreur aisée et tentante. De plus, si causalité il y a, elle est difficile, voire impossible selon le point de vue, à déterminer. En effet, s'il y a une corrélation et que l'on peut effectivement raisonnablement déduire une relation de cause à effet, une autre erreur subsiste. Le « sens » de la causalité peut être mal interprété, il pourrait y avoir une inversion de la cause à effet ou une causalité double.

Illustrons ces concepts à l'aide de diagramme causal[24]. Le premier diagramme représente le cas où c'est le chômage qui freine la croissance, et le cas réciproque où c'est la baisse de croissance qui a un effet sur le chômage.

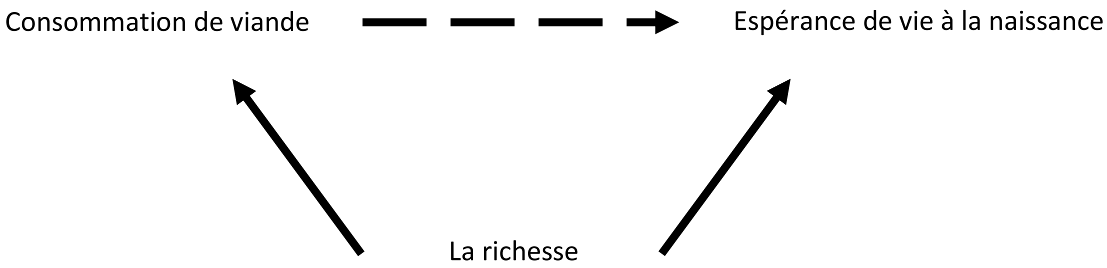


Le deuxième représente un cercle vicieux formé par une double causalité. Moins de croissance entraine plus de chômage, ce qui amène à une baisse de la croissance.

On perçoit ici la facilité pour l'orateur d'interpréter des chiffres afin de sous-entendre une causalité qui servirait son idéologie.

Si deux grandeurs sont liées, nous avons pointé du doigt le fait qu'il pourrait n'y avoir aucun lien de cause à effet. Cependant, il se pourrait également qu'il y ait un lien indirect, passant par une autre grandeur. Dans notre premier exemple, l'espérance de vie est mise en lien avec la consommation de viande. Comme explicité précédemment, des produits tout aussi accessibles pour les pays occidentaux donnaient des observations similaires. Il est donc fort probable qu'il existe un lien de causalité passant par ce que l'on appelle une variable de confusion. Dans ce cas, la variable de confusion pourrait être « la richesse » du pays, impliquant la facilité d'accès à certains produits.

[23] DOUET E., GUYONNET P., www.rtl.fr « La France, troisième pays consommateur de produits bio au monde », publié en sept.2015 et HU E., www.businessinsider.fr, « Les 10 pays où l'on mange le plus de chocolat »., publié en nov.2018
[24] GAUVRIT N., *Statistiques, Méfiez-vous*, Paris, Ellipses Edition Marketing S.A., 2007, pp.112-113



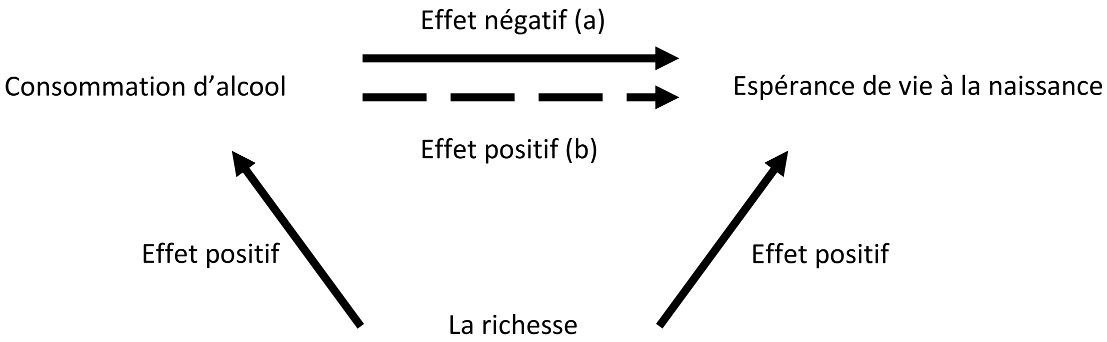
Maintenant, si l'on a conscience qu'une corrélation réelle n'implique pas une causalité et qu'il y a d'autres variables à prendre en considération, une erreur est toujours possible. Car si l'on peut émettre un doute sur la causalité, peu de personnes envisageraient que la corrélation, le lien entre deux grandeurs, puisse véritablement être le contraire du lien causal supputé.

J.Klatzmann[25] illustre ce biais à l'aide des deux grandeurs suivantes : la consommation d'alcool par pays et par habitant et l'espérance de vie. Nous aurions à nouveau un diagramme de dispersion similaire au diagramme précédemment présenté (Fig.1).

Nous pourrions donc être également tentés d'y voir un lien de causalité. Mais si l'on considère la variable de confusion « richesse » du pays, on peut également émettre des doutes sur cette apparente causalité. Cependant, il faudrait aller encore plus loin.

En fait, pour un pays comme la Belgique, on peut dire que la richesse influe sur la consommation d'alcool (les gens boivent, car ils peuvent se le permettre) et que la richesse influe sur l'espérance de vie (les gens ont accès à de meilleurs soins et une meilleure alimentation).

Mais ces liens sont inégaux, l'influence de la richesse sur l'espérance de vie étant beaucoup plus importante. Elle fait bien plus que compenser l'influence « négative » que la consommation d'alcool a sur l'espérance de vie. Dans l'analyse de la consommation d'alcool par pays et par habitant et de l'espérance de vie, on ne voit donc pas la réduction d'espérance de vie due à la consommation d'alcool. Au contraire, nos premières observations semblent indiquer que la consommation d'alcool augmente l'espérance de vie. Pourtant, dans ce cas-ci, l'effet causal « réel » (a) serait contraire à l'effet causal positif « observé » (b).

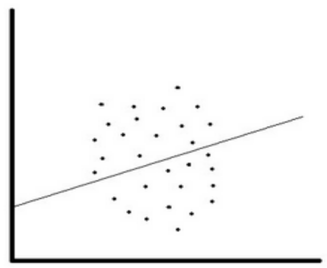


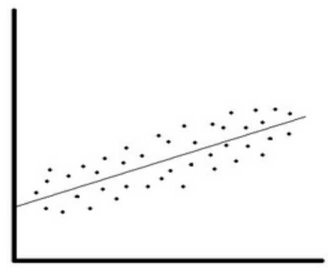
[25] KLATZMANN J., *Attentions, statistiques. Comment en déjouer les pièges*, Paris, Edition La Découverte, 1992, p.88

Cet exemple montre qu'il faut se méfier d'une apparente causalité, mais qu'au-delà de cela, il faut parfois envisager une causalité contraire qui va à l'encontre de ce que l'on observe.

Si l'on a un diagramme de dispersion qui semble indiquer un lien linéaire entre deux grandeurs, on sera tenté de préciser le lien entre ces dernières. L'un des outils pour y parvenir est « la régression linéaire » qui consiste à trouver la droite traduisant le plus précisément ce lien. Autrement dit, une droite pour laquelle tous les points sont aussi peu éloignés que possible.

Cet outil permet de dire et de visualiser si le lien entre les variables est positif (avec une droite qui « monte » et des grandeurs qui varient dans le même sens) ou s'il est négatif (avec une droite qui « descend » et des grandeurs qui varient en sens contraire). Cependant, comme les figures ci-dessous l'illustrent, l'outil ne donne pas d'indication sur l'intensité de la relation.



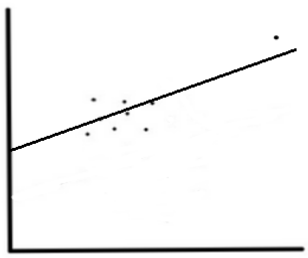


Il faut déterminer ce que l'on appelle le coefficient de corrélation. Ce dernier est proche de 1 ou -1 si les grandeurs sont étroitement liées linéairement, il est proche de 0 s'il n'y a pas de lien entre les grandeurs. Cet outil permet d'identifier une faible corrélation pour la figure de gauche et une forte corrélation pour la figure de droite.

La régression linéaire et le coefficient de corrélation fournissent donc différentes mesures permettant d'apprécier le lien entre deux variables. La régression linéaire simple indique la nature du lien. Elle indique dans quelle mesure la variable dépendante varie en fonction de la variable indépendante. Et le coefficient de corrélation fournit une indication quant à l'intensité de la relation. Mais ces outils ne font que nous aider à émettre des hypothèses à propos des données.[26] Certains biais persistent donc.

Premièrement, la régression linéaire est très sensible aux valeurs extrêmes. Si l'on caricature légèrement les choses, voici comment la droite de régression pourrait varier avec une valeur extrême.

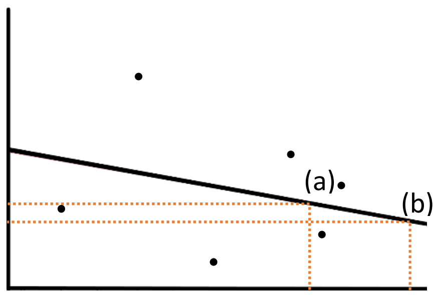
[26] SEGDWICK P., *Correlation versus linear regression*, extrait de l'article de ref. 346:f2340BMJ, Publishing Group, 2013, p.2



Il faut donc garder à l'esprit qu'un individu ou un groupe d'individus peut radicalement changer la relation de corrélation qui ne peut finalement offrir qu'un panorama, une vision globale.

L'analyse prédictive utilise ces outils. Le but étant d'analyser des faits passés afin d'émettre des hypothèses prédictives permettant de répondre à des questions portant sur des évènements futurs et/ou inconnus.

Ce qui est communiqué au public est le résultat de l'analyse et non le procédé. Pourtant, il faudrait être au clair sur l'une des choses qui fait varier la précision du résultat. Précisons ce qu'est l'interpolation et l'extrapolation. L'interpolation (a) est une prédiction réalisée dans le domaine d'étude (les faits réellement observés) et l'extrapolation (b) est une prédiction réalisée en dehors du domaine d'étude.



Dans toutes les prévisions statistiques communiquées, il faudrait donc préciser s'il s'agit d'une interpolation ou d'une extrapolation et dans quel intervalle les observations ont réellement été faites. Cela permettrait d'avoir une idée du degré de précision de la prédiction.

Dans la classe

a) Public :

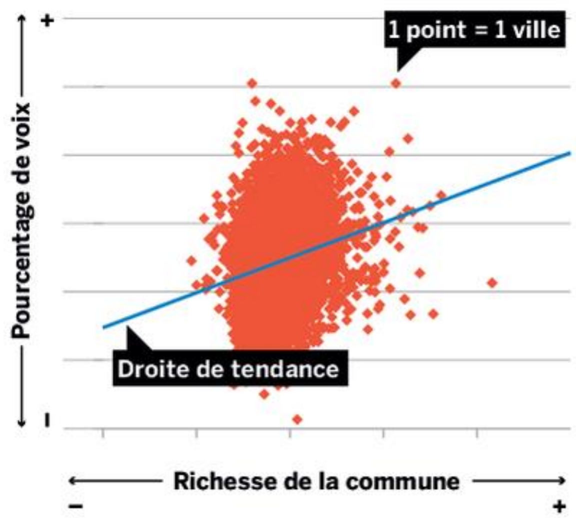
Dès la fin du secondaire.

b) Mise en œuvre :

On prépare des séries de données et des nuages de points qui serviront de base de travail. On privilégie des données et graphiques issus des contextes qui se prêtent à l'utilisation de statistiques à deux variables ou, au contraire, qui montrent une mauvaise utilisation de ces dernières. Par groupe, les élèves vont construire un nuage de points et travailler avec deux variables dans la recherche d'une corrélation. Le travail consiste essentiellement à établir un lien avec le contexte dans toutes les démarches et argumentations qui sont faites.

Exemple :

Les pourcentages de voix attribuées à un parti en fonction de la richesse des communes



Question : Que nous dit ce graphique ? Que nous dit-il du lien entre la richesse d'une commune et les voix attribuées au parti ? Que peut-on dire de ce nuage de points et de la droite de tendance proposée ?

Source : HELME-GUIZON L., *Bêtisier : médias,* sur le site Mathématoqués, mathematoques.weebly.com image tirée du journal *Le Monde,* publié le 6 avril 2014 *dernière consultation en mai 2019*

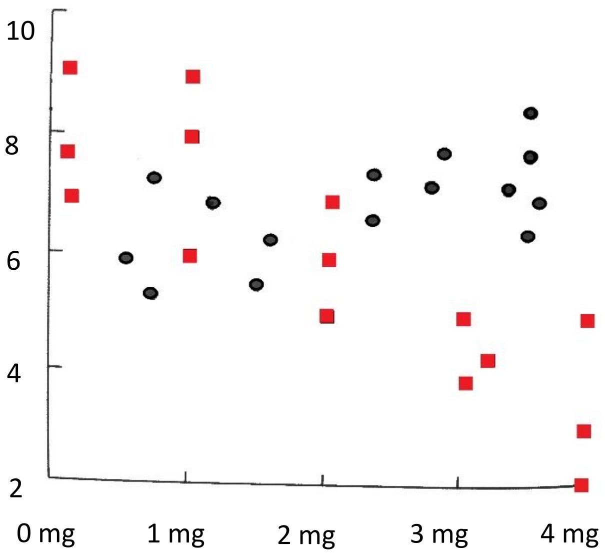
Moyennes mensuelles des températures et des précipitations des mois de janvier

Année	T°	Pluie (mm)
2004	4	117
2005	5,6	33
2006	2,3	15
2007	7,6	97
2008	7	52
2009	1,3	62
2010	0,2	29,2
2011	4,5	66
2012	5,5	88,2
2013	2,6	49,8
2014	6,7	57,8
2015	4,2	90,2
2016	5,6	136,4
2017	1,8	67,8
2018	6,6	78
2019	3,8	66,8

Source : *Archive des stations*, sur le site de *Météo Belgique*, www.meteobelgique.be, *dernière consultation en mai 2019*

Question : Quel lien y a-t-il entre températures et précipitations ?

L'indice de fatigue en fonction de la quantité de médicaments ingérés



Remarque : Les données relatives aux hommes sont indiquées par des carrés rouges et celles relatives aux femmes par des disques noirs.

Question : Que peut-on dire sur l'efficacité du produit ?

Sources : GAUVRIT N., *Statistiques, Méfiez-vous*, Paris, Ellipses Edition Marketing S.A., 2007, p.122

c) Objectifs principaux :

- Evaluer la pertinence d'un ajustement par la droite de régression
- Modéliser un nuage de points, calculer un coefficient de corrélation
- Décoder des informations
- Comprendre les limites des données communiquées

d) Commentaires :

Ces activités n'ont pas été expérimentées en classe, mais voici les grandes lignes des démarches attendues.

Le premier exercice doit permettre aux élèves d'argumenter au sujet de la pertinence du graphique. L'absence de coefficient de corrélation, la dispersion du nuage de points, la pertinence d'une régression linéaire … sont autant de points que les élèves seront amenés à soulever.

L'exercice suivant permet essentiellement de travailler la construction de diagrammes de dispersion, le calcul de coefficient de corrélation et de la droite de Mayer ainsi que l'utilisation d'outils informatiques pour comparer les différents types de régression.

Et finalement, dans le troisième exemple, je pense que ce seul diagramme peut susciter le débat. L'analyse des données doit mettre en avant les interprétations possibles en fonction de la variable « sexe du sujet », les différentes droites envisageables montreront l'effet productif ou contreproductif du produit. Cependant, il peut être intéressant de fournir un graphique différent, qui ne distinguerait pas les hommes et les femmes, à certains élèves de la classe. Pour ce faire, il suffit de présenter les données relatives aux hommes et aux femmes par de simples points.

Problèmes et paradoxes

Paradoxe des faux positifs

Les biais liés aux proportions et à leur interprétation peuvent amener des paradoxes statistiques intéressants.

Le paradoxe des faux positifs, que l'on appelle également « la négligence du taux de base », amène à des paralogismes. Certains contextes sont particulièrement pertinents pour aborder ce paradoxe, car dans ces derniers, les erreurs peuvent entrainer des conséquences potentiellement dramatiques.

Prenons le cas le plus connu, tiré d'une expérience en psychologie[27], qui porte sur la problématique d'un traitement que l'on recommanderait ou pas. La problématique est la suivante :

Une grave maladie mortelle affecte une personne sur cent. On peut sauver le patient à l'aide d'une opération. Cette opération est cependant risquée. En effet, l'opération sauve 80% des malades. Mais, si l'on utilise ce traitement sur des personnes saines, 5% en mourront. Heureusement, il existe un test de dépistage fiable à 95%.

Une personne passe le test de dépistage et donne un résultat positif. Devrions-nous, en tant que médecins, conseiller le traitement ?

L'expérience montre que la plupart des gens et des médecins répondent qu'ils conseillent l'opération[28]. Le raisonnement qui peut pousser le décisionnaire à conseiller le traitement peut être le suivant :

Comme le test est fiable à 95%, la personne est très probablement malade. De plus, comme elle n'a aucune chance de s'en sortir sans traitement et que celui-ci sauve 80% des malades, en tant que médecin, cela paraitrait raisonnable de prescrire le traitement.

Pour le patient, la question est de savoir à quel point il doit s'inquiéter. Il est raisonnable de penser que le raisonnement sera analogue au précédent. La plupart des gens/des patients considèreront comme à peu près certain le fait que si le test est positif, le patient est malade.

Or, ce dernier n'est peut-être pas dans une si mauvaise situation que cela. Analysons ce scénario en rappelant la proportion de malades dans la population, soit une personne sur cent. Cette proportion est ce que l'on nomme le « taux de base », et il est malheureusement souvent oublié.

Voici nos informations de départ :

- Une maladie irrémédiablement mortelle touche une personne sur 100,
- Il est possible de soigner les patients au moyen d'un traitement
- Le traitement sauve 80% des malades, mais si on l'utilise sur des personnes saines, 20% en mourront.
- Il existe un test de dépistage fiable à 95%.

---

[27] GAUVRIT N., *Statistiques, Méfiez-vous*, Paris, Ellipses Edition Marketing S.A., 2007, p.28
[28] Ibid.

99% de non-malades

1% de malades

Population :	Nbr de malades :	Nbr de non-malades :
10.000 Pers.	100 Pers.	9.900 Pers.

Avec le test de dépistage fiable à 95 %

Positifs	Négatifs	Positifs	Négatifs
95	5	495	9405

(590 personnes testées positives)

Avec le traitement

Survivants	Condamnés	Survivants	Condamnés
76	19	396	99

Sans le traitement

Survivants	Condamnés	Survivants	Condamnés
0	100	495	0

En prenant une population de base de 10.000 personnes, nous répartissons nos malades et nos non-malades en deux colonnes. Après le test de dépistage, nous observons un total de 590 personnes testées positives. Parmi elles, seules 95 personnes sont réellement malades. Autrement dit, un patient testé positivement aurait 95 chances sur 590 d'être malade, soit 16 chances sur 100. Ce premier constat rend la situation du patient légèrement moins inquiétante.

La suite du raisonnement détaille, pour les deux groupes, le nombre de survivants et de condamnés qu'il y aurait avec ou sans traitement. La prise du traitement systématique entrainerait la mort de 118 personnes dont 99 n'étaient pas malades. Ces dernières sont pour ainsi dire tuées sans raison valable. Et la non-prise en charge des patients via le traitement entrainerait la mort de tous les malades. Autrement dit, la mort de 100 personnes au total serait à déplorer.

L'une des premières difficultés dans cette approche est le contexte. Celui-ci rend difficile une argumentation rigoureuse et peut laisser place à des prises de position qui laissent une dimension affective être le moteur de l'argumentation.

Dans notre prise de décision, il y a également un sophisme entrainé par l'interprétation de ce qu'est la fiabilité d'un test. La fiabilité peut répondre à la question « parmi les malades, combien seront détectés, testés positivement ? », mais elle ne répond pas à la question « parmi les personnes testées positivement, combien sont malades ? ». C'est pourtant bien cette question qui est sous-jacente à notre prise de décision.

On peut également raisonner à travers le prisme des probabilités conditionnelles afin d'élucider la question. Considérons :

P (M) :	La probabilité que le patient soit malade	= 0.01
P (+| M) :	La probabilité que le patient soit testé (+) sachant qu'il est malade	= 0.95
P (+| NON M) :	La probabilité que le patient soit testé (+) sachant qu'il **n'**est **pas** malade	= 0.05
P (M|+) :	La probabilité que le patient soit vraiment malade sachant qu'il a été testé (+)	= ?

P (+| NON M), tout comme P (+| M), nous est donné dans les informations de départ. La probabilité que le patient soit testé positivement sachant qu'il **n'**est **pas** malade est de 0,5 % puisque parmi les non-malades, 95% seront effectivement déclarés négatifs.

La question qui nous intéresse est celle de la valeur de P (M|+) (La probabilité que le patient soit vraiment malade sachant qu'il a été testé (+)). Utilisons la formule dite des probabilités totales.

$$\mathrm{P}\ (\mathrm{M}|+) = \frac{\mathrm{P}\ (\mathrm{M})\ .\mathrm{P}\ (+|\mathrm{M})}{\mathrm{P}\ (+)}$$

$$\mathrm{P}\ (\mathrm{M}|+) = \frac{\mathrm{P}\ (\mathrm{M})\ .\mathrm{P}\ (+|\mathrm{M})}{\mathrm{P}\ (\mathrm{M})\ .\mathrm{P}\ (+|\ \mathrm{M}) + \mathrm{P}\ (\mathrm{NON\ M})\ .\ \mathrm{P}\ (+|\ \mathrm{NON\ M})}$$

$$\mathrm{P}\ (\mathrm{M}|+) = \frac{0{,}01\ .\ 0{,}95}{0{,}01\ .\ 0{,}95 + +\ 0{,}99\ .\ 0{,}05} = 0{,}16$$

On retrouve également les 16% de chance d'être malade si l'on est testé positivement.

L'analyse de ce paradoxe montre qu'un raisonnement rigoureux est nécessaire à la prise de décision. Il ne faut pas y voir une raison de fustiger les tests de dépistage. D'ailleurs, pourquoi réaliserions-nous certains tests de dépistage si l'on savait qu'en cas de test positif, on n'irait de toute façon pas jusqu'à traiter le patient ?

C'est la prise de conscience que ces erreurs sont possibles qui est primordiale. L'expérience menée par ces psychologues (et l'exemple présenté) est relativement concrète puisque l'on peut retrouver des situations réelles où ce paradoxe est constaté.

La détection de la trisomie chez le fœtus est un exemple. Le test de détection (non invasif) est fiable à 99%[29], mais un test complémentaire est nécessaire pour établir avec certitude si le fœtus est porteur de trisomie 21. Et c'est ce dernier test (invasif) qui n'est pas sans risque et qui provoquera une fausse couche dans 0,1% à 1% des cas.[30]

Un contexte où l'on ne s'attendrait pas à voir ce paradoxe est celui de la justice et des procès. Pourtant, dans les enquêtes et les procès, sans en être toujours conscient, on fait appel aux statistiques et aux probabilités. Ce sont elles qui après les outils chimiques, biologiques et autres nous aident à déterminer les chances que telle ou telle chose soit arrivée ou possible. THOMPSON C. W. et SCHUMANN E. introduisent le terme de « *prosecutor's fallacy* » pour décrire un sophisme similaire à celui que nous avons explicité.[31]

---

[29] BERTRAND R., *Le dépistage prénatal de la trisomie 21,* sur le site web Trisomie21, www.trisomie21.org, publié le 26 mars 2019, dernière consultation en mai 2019

[30] Ibid.

[31] THOMPSON C. W., SCHUMANN E., *Interpretation of statistical evidence in criminal trials: The prosecutor's fallacy and the defense attorney's fallacy,* Law and Human Behavior vol. 11, n° 3, , Springer, 1987, p. 167,

Ils précisent dans leur ouvrage[32] que, dans les affaires criminelles où l'on veut montrer qu'il existe des caractéristiques communes entre l'auteur du crime et l'accusé (l'auteur supposé), on donne souvent au jury des preuves « statistiques » visant à préciser les chances d'avoir les caractéristiques présentées. Ils citent également des expériences où l'on a testé la capacité des personnes non initiées à utiliser ou à interpréter de telles preuves quand il s'agit de déterminer la culpabilité d'un suspect. Dans l'une des expériences[33], on expose une interprétation fallacieuse relative à des preuves statiques. La majorité des sujets n'ont pas détecté d'erreurs dans les arguments et ont rendu des jugements compatibles avec le raisonnement fallacieux.

Précisons l'un de ces raisonnements fallacieux, le « *prosecutor's fallacy ».* Ce dernier s'apparente au cas du traitement que nous avons détaillé et consiste à présenter la probabilité d'être innocent si l'on a lesdites caractéristiques de l'auteur (ce que l'on cherche à déterminer) comme étant la probabilité d'avoir lesdites caractéristiques si l'on est innocent. Autrement dit, de présenter P (I|C) comme étant égal à P (C|I). Or, P (C|I) est généralement très faible et certains penseront donc à tort que P (I|C) l'est également.

SCHNEPS L.[34] insiste sur le fait qu'identifier ce sophisme est particulièrement difficile et que parfois des raisonnements valables sont également rejetés sous prétexte qu'ils tombent dans un supposé cas de « sophisme du procureur » (*prosecutor's fallacy).* Elle propose dans son ouvrage « *Les math au tribunal »* plusieurs cas judiciaires où les statistiques et les probabilités ont été mal utilisées ou interprétées. On y parle, entre autres, du paradoxe de Simpson que nous allons détailler dans les pages qui suivent.

Rappelons que, comme pour les autres biais présentés, le but ici n'est pas de promouvoir un bannissement des mathématiques pour pallier ces biais. Premièrement, car dans le cas des procès, comme ailleurs, les décisions prises sur base de convictions ont certainement produit bien plus d'erreurs que les calculs probabilistes ou statistiques. Ensuite, car c'est le mésusage des mathématiques, utilisé pour étayer une opinion, qui entraine ces erreurs d'interprétation. Il faut bien au contraire savoir les utiliser et ne pas vouloir les détourner pour leur faire dire ce que l'on souhaite.

---

32 Ibid.

33 Ibid.

34 SCHNEPS L., COLMEZ C., *Statistiques, Probabilité et Justice, Les Maths au tribunal*, Seuil, coll. « Science ouverte », septembre 2015 pp. 1-15

Paradoxe de Simpson

Quel point commun peut-il y avoir entre les observations ci-dessous ?

- En 1960, le taux de mortalité général des femmes au Costa Rica est inférieur à celui de la Suède.
- En 2004, un rapport établit que baisser la vitesse sur les routes augmenterait le nombre d'accidents.

Elles sont basées sur des chiffres corrects, mais imprudemment analysés et donnant lieu à des interprétations erronées. C'est le paradoxe de Simpson qui est en cause. Le principe de base est que ces données, que l'on peut représenter sous la forme d'un tableau, peuvent potentiellement être séparées en sous-catégories complémentaires (en « sous-tableaux »), créant un paradoxe de Simpson.

Partons d'exemples pour y voir plus clair. Prenons un cas clinique inspiré de deux opérations pratiquées pour les calculs rénaux.[35] Soit deux opérations chirurgicales possibles. Le taux de réussite du traitement « chirurgie ouverte » est de 78% et celui de la « néphrolitomie percutanée » de 83 %. On préfèrera logiquement la néphrolitomie percutanée (B).

	Chirurgie ouverte (A)	**Néphrolitomie percutanée (B)**
Taux de réussite annoncé	78%	83%

Cependant, la réalité d'utilisation des traitements n'est pas prise en considération. Le traitement A est surtout utilisé pour les gros calculs, plus durs à soigner, et conduisent donc à plus d'échecs. Le traitement B est utilisé pour les cas plus simples, ce qui améliore ses résultats. Si l'on reconsidère l'efficacité des traitements sur les gros calculs puis sur les petits calculs rénaux, le traitement A obtient à chaque fois un meilleur score.

	Chirurgie ouverte (A)	**Néphrolitomie percutanée (B)**
Taux de réussite annoncé	78% (273 opérations réussies sur 350)	85% (298 opérations réussies sur 350)
Petits calculs	93% (81 opérations réussies sur 87)	90% (243 opérations réussies sur 270)
Gros calculs	73% (192 opérations réussies sur 263)	69% (55 opérations réussies sur 80)

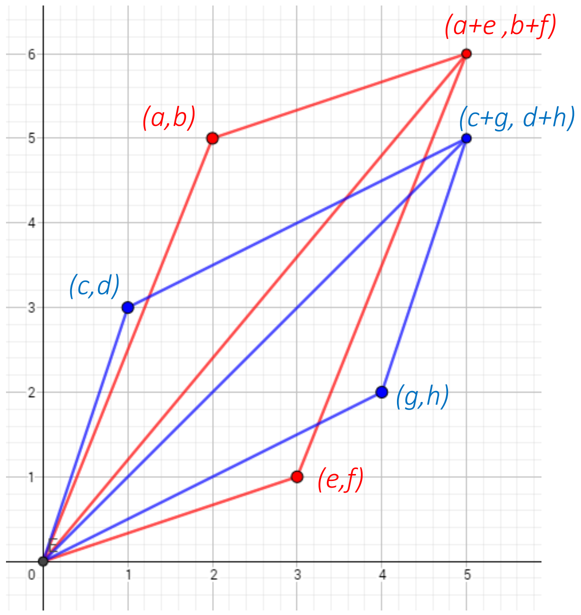
Avec ce paradoxe, on montre que quelque chose peut être vrai "en général", mais faux partout.

[35] Gauvrit N., *Mathématiques et médecine,* dans Tangente Hors-série n°58 , POLE, France, s.d., pp. 82-83

Il est assez naturel de penser que si le taux de réussite du traitement A est supérieur au taux de réussite du traitement B dans tous les cas, il a globalement un meilleur taux de réussite. Or, on ne peut pas tirer cette conclusion.

En effet, 81/87 > 243/270 et 192/263 > 55/80 n'impliquent pas que (81+192 / 87+263) > (243+55 / 270+80). C'est notre intuition qui nous joue des tours et rend la situation étonnante. En effet, si l'on passe par l'arithmétique et la géométrie élémentaire, on peut facilement montrer que l'on peut avoir :

a/b > c/d **et** *e/f > g/h* **avec** *(a+e /b+f) < (c+g /d+h)*



a/b=2/5
c/d=1/3 } *a/b > c/d*

e/f=3/1
g/h=4/2 } *e/f > g/h*

(a+e /b+f) < (c+g /d+h)

Source : DELAHAYE J.-P., *L'embarrassant paradoxe de Simpson*, dans *Pour la Science*, n°429, juillet 2013, pp.80-85

On pourrait donc se dire que le spécialiste est conscient de cela et qu'il connait les sous-catégories. Il ne fera donc pas d'erreurs puisque tenir compte des données relatives générales n'a plus de sens si l'on dispose des données propres aux sous-catégories. Il pourra toujours prendre une décision en fonction du patient.

Dans notre situation, nous aurions ce que l'on peut appeler le « principe de la chose sûre ». S'il l'on a des petits calculs, c'est la solution A qui s'impose et si l'on **n**'a **pas** de petits calculs (donc des gros calculs), c'est à nouveau la solution à A qui s'impose.

Cependant, les choses ne sont pas si évidentes, car l'on pourrait avoir de nouvelles sous-catégories qui amèneraient des interprétations contraires aux précédentes. Prenons une partition selon le sexe au sein des résultats pour les petits calculs.

Résultats globaux :

Opérations	Réussite	Échec	Nbr d'op.	Taux de réussite
A	273	77	350	78%
B	298	61	350	**85%**

Les résultats globaux semblent indiquer que le traitement B est favorable.

Résultats des petits calculs :

Opérations	Réussite	Échec	Nbr d'op.	Taux de réussite
A	81	6	87	**93%**
B	243	27	270	87%

Les résultats relatifs au cas des petits calculs semblent indiquer que le traitement A est favorable

- Hommes :

Opérations	Réussite	Échec	Nbr d'op.	Taux de réussite
A	24	4	28	85.7%
B	179	25	204	**87.7%**

- Femmes :

Opérations	Réussite	Échec	Nbr d'op.	Taux de réussite
A	57	2	59	96.6%
B	64	2	66	**96.9%**

Les résultats selon le sexe semblent indiquer que c'est à nouveau le traitement B qui est favorable.

Ce que nous observons se nomme le « Double-Simpson ». Nous avions des résultats globaux relatifs à deux traitements indiquant de meilleurs résultats pour le traitement B. Lorsque nous avons séparé les petits et les gros calculs, c'est le traitement A qui devient le plus indiqué pour chaque catégorie. C'est un cas de « Simple » Simpson. Finalement, lorsque l'on a considéré la distinction hommes/femmes, c'est le traitement B qui devient le plus favorable, peu importe le sexe. Cette nouvelle divergence entre les données nous amène à notre « Double Simpson ».

Ce dont il faut être conscient, c'est que les résultats de la partition hommes/femmes peuvent aussi bien montrer que le traitement A est le plus favorable. De plus, le décisionnaire n'aura jamais accès à toutes les sous-catégories possibles. Il doit partir du principe que les résultats dans les sous-catégories peuvent être divergents. La seule attitude envisageable est donc la prudence.

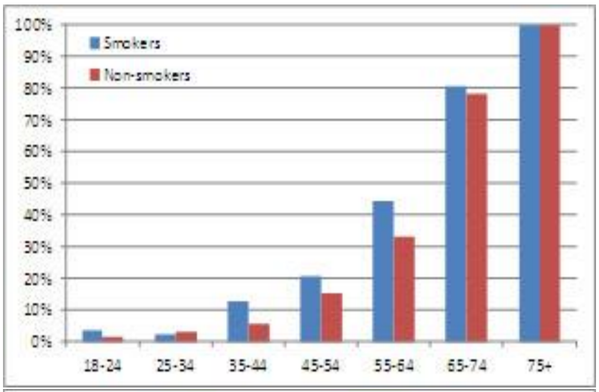
Dans le cas d'une prise de décision, on perçoit plus aisément que la prudence est de mise. Mais l'on est souvent moins attentif quand on nous présente des résultats d'études. Pourtant, le paradoxe de Simpson peut également fausser les résultats de ces dernières. Pour l'illustrer, rien de plus simple, il nous faut un échantillon qui ne soit pas distribué de manière homogène et une variable de confusion.

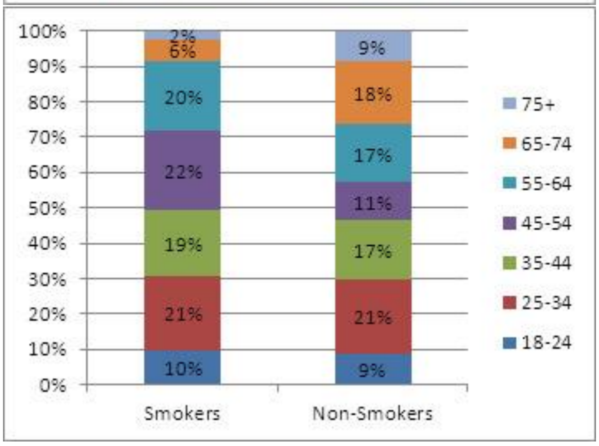
Prenons maintenant l'exemple concret d'une étude[36] sur le taux de mortalité des femmes en fonction qu'elles soient fumeuses ou non. Voici les résultats de cette étude qui mesure les morts sur une période de 20 ans :

	Morts	Survivants	Total	Taux de mortalité
Fumeurs	139	443	582	23.9%
Non-fumeurs	230	502	732	31.4%
Total	369	945	1 314	28.1%

[36] BERMAN S., DALLEMULE L., GREENE M., *Simpson's Paradox : a cautionary tale in advanced analytics*, du site de la *Royal Statistical Society,* www.statslife.org.uk, publié le 25 septembre 2012, dernière consultation en mai 2019

L’analyse laisse suggérer que les non-fumeurs ont un plus haut taux de mortalité. Le résultat est surprenant et présenté comme tel, cela serait une aubaine pour les producteurs de tabac. Cependant, si l’on examine les données par tranche d’âge, le constat est tout autre.





En effet, dans chaque tranche d’âge, ce sont les fumeurs qui ont un plus haut taux de mortalité. Le contre-intuitif paradoxe de Simpson est à l’œuvre. Cela est simplement dû au fait que nous avons notre variable de confusion (l’âge) et notre répartition d’échantillons non homogène.

La distribution des fumeurs et non-fumeurs varie considérablement dans les différentes tranches d’âge. C’est spécialement visible pour les deux groupes les plus âgés (65-74 et 75+).

Il y a 27 % des non-fumeurs de l’échantillon qui se retrouvent dans ces deux tranches d’âge. Or, ces dernières ont évidemment un haut taux de mortalité. C’est ce qui tire vers le haut le taux de mortalité de tout le groupe des non-fumeurs.

Source : BERMAN S., DALLEMULE L., GREENE M., *Simpson’s Paradox : a cautionary tale in advanced analytics*, du site de la *Royal Statistical Society,* www.statslife.org.uk, publié le 25 septembre 2012, dernière consultation en mai 2019

Avec de tels paradoxes, on perçoit bien les possibles manipulations que tout « bon » communicant s’empressera d’utiliser pour servir ses intérêts. Cependant, il y a un parallèle intéressant à faire entre le paradoxe de Simpson et le principe de coopération. Pour cela, il nous faut observer un cas de biologie que je vais tenter de résumer.[37]

Lors d’une étude[38], des chercheurs ont travaillé avec deux souches de la bactérie *Escherichia coli*. L’une des souches produisait un antibiotique utile aux deux souches et l’autre en profitait sans le produire. Deux groupes de bactéries ont été composés avec, dans chacun d’eux, les deux types de bactéries.

L’observation de ces groupes indique qu’au sein de chaque groupe, les non-producteurs croissent plus rapidement, mais que globalement ils décroissent en proportion. C’est donc bien un « Paradoxe de Simpson » qui est à l’œuvre. On constate un conflit entre niveaux de sélection, les bactéries productrices semblent désavantagées dans chaque groupe (avec une proportion qui diminue) alors « qu’elles sont bénéficiaires de l’ensemble du système quand on les considère comme un tout ».

Si l’on transpose cela, un trait qui à un niveau individuel semble désavantageux est bénéfique pour la population. Les chercheurs estiment d’ailleurs que cet effet sélectif paradoxal doit être pris en compte par les spécialistes de l’évolution et que ce paradoxe serait l’une des ruses que la sélection naturelle mettrait en œuvre pour favoriser les traits coopératifs.[39]

---

[37] DELAHAYE J.-P., *L’embarrassant paradoxe de Simpson*, dans *Pour la Science*, n°429, juillet 2013, pp.80-85

[38] CHUANG J. S., RIVOIRE O., STANISLAS L., *Simpson’s Paradox in a Synthetic Microbial System*, dans *Science New Series*, Vol. 323, N°5911, pp.272-275

[39] DELAHAYE J.-P., *L’embarrassant paradoxe de Simpson*, dans *Pour la Science*, n°429, juillet 2013, pp.80-85

Dans la classe

Proposition d'activité n°1 : Course contre la montre + résolution via débat

a) Public :

Dès la fin du secondaire.

b) Mise en œuvre :

Le principe est simple : exposer des données sous la forme d'un problème « contextualisé » en imposant un timing pour la prise de décision. Les élèves doivent avoir assez de temps pour s'approprier la problématique et entamer une réflexion par petits groupes. La première mise en commun est l'occasion de susciter les échanges et de laisser les élèves préciser des pistes. Du temps supplémentaire est laissé aux groupes et différentes mises en commun doivent permettre aux élèves de privilégier certaines pistes et de structurer leur recherche et leur argumentation. Comme il y a une dimension calculatoire et théorique, il est nécessaire de prévoir un temps pour institutionnaliser ce qui a été dit et pour vérifier la compréhension.

Exemple :

Mise en situation n°1

Votre équipe est appelée pour raisonner le Dr Gregory House et le Dr Meredith Grey qui ne veulent pas se mettre d'accord sur l'opération à préconiser au patient. Le patient souffre d'une maladie polygénique rare. Il décèdera s'il n'est pas opéré dans l'heure. Quelle opération préconiseriez-vous sachant qu'il existe deux types d'opérations (la chirurgie ouverte et la néphrolitomie percutanée) ?
La maladie peut être de type A ou B. Parmi les 263 patients de type B ayant subi la chirurgie ouverte, 192 ont été sauvés. Sur les 87 patients de type A ayant bénéficié de cette chirurgie, 6 en sont morts. Concernant la néphrolitomie percutanée, 25 patients de type B sur les 80 opérés en sont morts et sur les 270 patients de type A, 234 ont été sauvés.

Mise en situation n°2

Bienvenue en 2050. La population s'affole et les gens accourent dans tous les hôpitaux. Une maladie mortelle touche une personne sur 100. Votre équipe conseille le Président. Vous avez mis au point un vaccin et devez gérer la crise. Déterminez si les hôpitaux doivent traiter un patient qui se présenterait et s'avérerait être testé positif. Vous avez une heure pour prendre une décision avant que l'armée ne prenne le relais et ne vaccine tout le monde de gré ou de force.
Votre test de dépistage est fiable à 95% et votre traitement sauve 80% des malades, mais si on utilise ce dernier sur des personnes saines, 20% en mourront.

c) Objectifs principaux :

- Expliciter son interprétation et la confronter avec celle des autres
- Identifier et extraire les informations
- Se donner des critères pour prendre position
- Se décentrer par la discussion et évaluer la validité d'un jugement en fonction des informations communiquées

d) Commentaires :

De nombreux contextes se prêtent à ce type de problème qui nécessite une réelle recherche de la part des élèves. Le contexte et la façon d'amener le problème relèvent d'un choix et cela n'a qu'un seul objectif : une entrée en matière plus ludique. Les deux situations ont été présentées à trois reprises à des étudiants du supérieur. À deux reprises, elles ont été présentées telles quelles à un détail près. Le texte n'était pas continu, les informations étaient sur des fiches préalablement distribuées à différents élèves.

La première situation, relative au paradoxe de Simpson, semble plus abordable, car des proportions peuvent facilement être trouvées. Les élèves ont souvent réalisé des tableaux et procédé à un raisonnement purement calculatoire en cherchant des pourcentages. La difficulté venait principalement des calculs de proportions. Les élèves ne ressentaient pas toujours la nature contre-intuitive du paradoxe. Pour la plupart d'entre eux, il suffisait d'avoir les « bonnes » données sur le patient. Autrement dit, savoir quel était le type de sa maladie.
Afin de pousser la réflexion, je pense donc qu'il faut parfois mettre le doigt sur le fait que l'on ne connait pas le type de la maladie ou que l'on pourrait avoir une sous-catégorie pour chaque type de maladie. Cependant, un autre choix de contexte peut peut-être stimuler davantage le débat. En effet, alors que nous avions fini de parler du paradoxe de Simpson, j'avais posé une autre question à ces mêmes élèves, et celle-ci semblait bien plus sujette à débat. La question portait sur un cas de discrimination sexuelle inspiré du cas réel de l'université de Berkley[40] où un tel paradoxe avait été observé.

La deuxième situation s'est avérée plus compliquée pour les élèves. Ceux qui s'en sortaient le mieux partaient d'exemples. Ils se demandaient « Que se passe-t-il si cela arrive dans une ville de 1 000, 10 000, 100 000 habitants ? ». Certains avaient recours à des représentations (tableau et arbre). Mais la représentation sous forme d'arbre posait bien souvent quelques difficultés. J'ai estimé certains arbres surprenants et voici deux éléments, que j'ai relevés, qui expliquent le problème sous-jacent à leur construction. Premièrement, des difficultés calculatoires avec plusieurs pourcentages (80% de 1%). Ensuite, l'interprétation d'un test « fiable à 95% ».
Sur la question de la fiabilité d'un test, plusieurs interprétations ont été explicitées :

- *Il y a 95% de chance que le résultat du verdict soit vrai*
- *Sur 100 malades, 95 vont être détectés*
- *On peut croire le test à 95%*
- *C'est 100% vrai dans 95% des cas*
- *Si l'on est positif, on est malade dans 95 % des cas*

[40] GAUVRIT N., *Statistiques, Méfiez-vous*, Paris, Ellipses Edition Marketing S.A., 2007, pp.25-27

Il y a une réelle difficulté à expliciter son interprétation et à déterminer celles qui sont équivalentes. Les élèves ayant le plus de facilité pour s'exprimer sont ceux ayant choisi une population de base. Ceux qui ont essayé de raisonner uniquement avec des pourcentages et des raisonnements probabilistes ont eu beaucoup de mal à expliciter leur raisonnement et à convaincre. C'est peut-être ce qui explique, entre autres choses, que dans le cadre de cette mise en situation, peu d'élèves se sont aventurés dans les probabilités. Malgré le débat, certains finiront plutôt par mettre l'accent sur l'éthique afin de justifier tel ou tel choix.

Avec un public qui n'est pas étranger aux mathématiques, on voit malgré tout un manque d'arguments logiques qui empêche d'objectiver et laisse place à l'acceptation du discours d'autrui. Malgré certaines surprises, ces retours ne font donc que me conforter dans l'idée que ce type d'exercice est nécessaire pour travailler les compétences utiles à la réalisation des objectifs que j'avais fixés.

Conclusion

En statistique, il existe bien des façons pour le lecteur d'être trompé ou de se tromper. Nous n'avons finalement abordé qu'une infime partie de celles-ci. Cependant, nous savons maintenant que cela peut être dû au choix des données et/ou des mots ainsi qu'au choix de certains procédés pour calculer ou présenter des données. Et que malgré une attention particulière, nous ne sommes pas à l'abri de paradoxe plus complexe.

Il y a une méconnaissance du citoyen en ce qui concerne les techniques et le langage utilisés en statistiques. Et paradoxalement, la société est de plus en plus attirée par les données factuelles et chiffrées. Régulièrement, des communicants présentent des données et des indicateurs pour appuyer leur discours et le lecteur ne sait pas si ces données sont fiables ou s'il faut les déconsidérer. Les messages sont vides de sens si les communicants et les citoyens ne sont pas au fait d'une certaine culture statistique. La réaction la plus sensée devrait être de chercher à comprendre avant d'interpréter ou de rejeter une information. Car même si les procédés statistiques sont parfaitement utilisés sans la moindre intention de diriger, si le lecteur ne les comprend pas, il inventera un sens qui ne correspond peut-être pas à la réalité des données.

Malheureusement, force est de constater que les clés de lecture sont difficilement accessibles. Certes on les retrouve dans la littérature mathématique ou scientifique, mais ces dernières ne sont pas accessibles au plus grand nombre. Or, dès le plus jeune âge, nous devrions être éduqués à être critiques. Le champ des statistiques est particulièrement propice à cela puisque nous baignons dans les données et qu'il fourmille d'exemples concrets.

Les leçons de mathématiques ne doivent pas faire « semblant de contextualiser » en donnant des problèmes fictifs du type : quel est le pourcentage de pommes dans le panier de la voisine. Elles doivent dans la mesure du possible expliquer comment fonctionne le monde qui nous entoure pour espérer en comprendre les rouages.

Les statistiques offrent cette opportunité. Et à travers l'éducation à l'esprit critique, on peut espérer avoir des citoyens qui se posent des questions, qui se basent sur des raisonnements formels, qui prennent des décisions en considérant l'ensemble d'un tableau…

J'espère donc avoir l'occasion de pouvoir mettre en pratique les concepts théoriques et les exercices dans mes futures classes et permettre ainsi aux élèves de donner du sens à cette matière.

Bibliographie

Ouvrage

- ELLENBERG J., *L'art de ne pas dire n'importe quoi (How not to be wrong),* Cassini, France, 2019
- GAUVRIT N., *Statistiques, Méfiez-vous*, Paris, Ellipses Edition Marketing S.A., 2007
- HUFF D., *How to lie with statistics*, Etas-unis, W. W. Norton & Company Inc., première publication en 1954
- KLATZMANN J., *Attentions, statistiques. Comment en déjouer les pièges*, Paris, Edition La Découverte, 1992
- SCHNEPS L., COLMEZ C., *Statistiques, Probabilité et Justice, Les Maths au tribunal*, Seuil, coll. « Science ouverte », septembre 2015
- TUFTE E., *The Visual Display of Quantitative Information*, Second Edition, Graphics Press, USA, 1991,

Article- Rapport

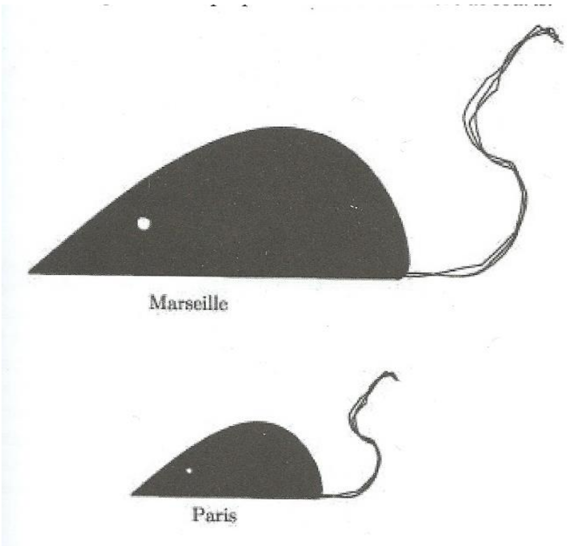
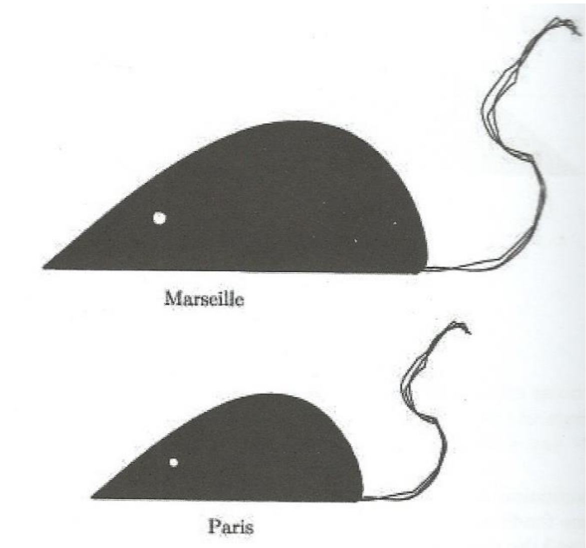
- CHUANG J. S., RIVOIRE O., STANISLAS L., *Simpson's Paradox in a Synthetic Microbial System*, dans *Science New Series*, Vol. 323, N°5911, janvier 2009
- DELAHAYE J.-P., *L'embarrassant paradoxe de Simpson*, dans *Pour la Science*, n°429, juillet 2013
- JADIN B., KROONEN C., PETITJEAN J., *Graphique mon beau graphique*, dans Losanges, N°42, 2018
- SEGDWICK P., *Correlation versus linear regression*, extrait de l'article de ref. 346:f2340BMJ, Publishing Group, 2013
- THOMPSON C. W., SCHUMANN E., *Interpretation of statistical evidence in criminal trials: The prosecutor's fallacy and the defense attorney's fallacy,* Law and Human Behavior vol. 11, n° 3, , Springer, 1987
- VANDESCHRICK C., *La moyenne : concept unique ou multiple ?,* UCL-ESPO/SPED, 1999

Source internet

- BERMAN S., DALLEMULE L., GREENE M., *Simpson's Paradox : a cautionary tale in advanced analytics*, sur le site « *Royal Statistical Society »,* www.statslife.org.uk, publié le 25 septembre 2012, dernière consultation en mai 2019
- BERTEN V., Comment mentir avec un graphique, sur le site « *Smals Research », www.smalsresearch.be,* publié le 15 juillet 2015, dernière consultation en mai 2019
- BLS, *Regional and State Employement and Unemployment-June 2011,* sur le site « Bureau of Labor Statistics », publié le 22 juillet 2011, dernière consultation en mai 2019.
- DESSIBOURG O., *La vérité cachée des chiffres*, sur le site du journal « *Le Temps »,* www.letemps.ch, publié le 18 octobre 2010, dernière consultation en mai 2019
- DURAND A., DURAN J. FORCONI M.-T., *Vidéo de Mathix*, sur le *site « Enseignant des maths »*, mathix.org, dernière consultation en mai 2019.
- FAIVRE S., *Le graphique trompeur de la direction de la SNCF sur le taux de participation à la grève*, sur le site du journal « Le Monde », https://www.lemonde.fr/, publié le 18 avril 2018, dernière consultation en mai 2019.
- POUCHARD A., *Départementales : le tract trompeur du Front national*, sur le site du journal « *Le Monde »,* www.lemonde.fr, publié et màj le 10 mars 2015, dernière consultation en mai 2019

Annexes

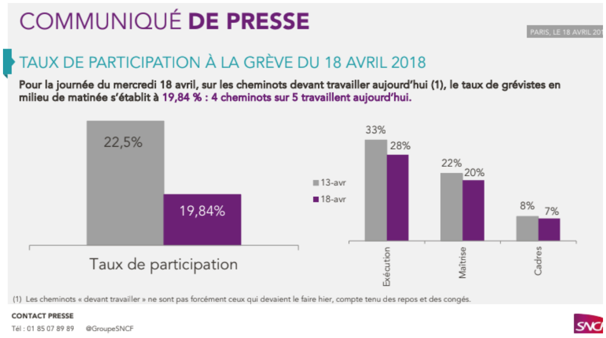
N°1 : Relation quadratique

Facteur de réduction 1/2	Facteur de réduction 1/1,41
	

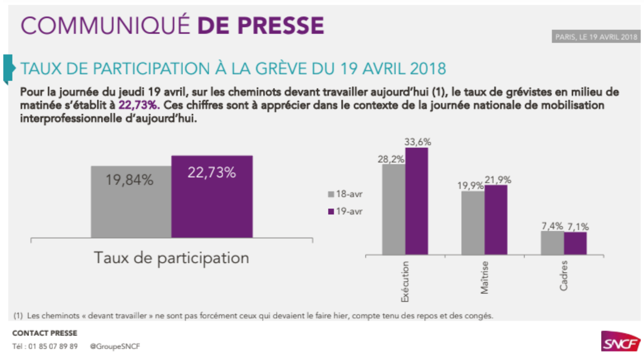
Source : GAUVRIT N., *Statistiques, Méfiez-vous*, Paris, Ellipses Edition Marketing S.A., 2007, pp.93-94

N°2 : Axes tronqués

Les communiqués de presse de la SNCF. Le 18 avril l'axe est tronqué, mais pas le 19 avril 2018.



Source : FAIVRE S., *Le graphique trompeur de la direction de la SNCF sur le taux de participation à la grève*, sur le site du journal « Le Monde », https://www.lemonde.fr/, publié le 18 avril 2018, dernière consultation en mai 2019.



Haute École Galilée ISPG Pédagogie

Les statistiques au service de l'esprit critique

De l'enseignement fondamental au secondaire

La société est de plus en plus attirée par les données factuelles et chiffrées. Cependant, en statistiques, il existe bien des façons pour le lecteur d'être trompé ou de se tromper. Ceci peut s'expliquer par une méconnaissance du citoyen en ce qui concerne les techniques et le langage utilisés.

Il faut prendre conscience que certains modèles et certaines représentations entrainent de possibles biais. Ces biais sont des démarches, des raisonnements qui engendrent des erreurs de résultat et/ou d'interprétation. La formation en statistiques doit donc également développer ce que l'on pourrait appeler un esprit statistique critique. Ce dernier doit enrichir une éducation à la citoyenneté effectuée de manière transversale.

Malheureusement, force est de constater que les clés de lecture sont difficilement accessibles. Certes on les retrouve dans la littérature mathématique ou scientifique, mais ces dernières ne sont pas accessibles au plus grand nombre. Or, dès le plus jeune âge, nous devrions être éduqués à être critiques. Le champ des statistiques est particulièrement propice à cela puisque nous baignons dans les données et qu'il fourmille d'exemples concrets.

À travers ce travail, je passe en revue quelques-uns de ces biais et propose des activités en lien avec ces derniers.