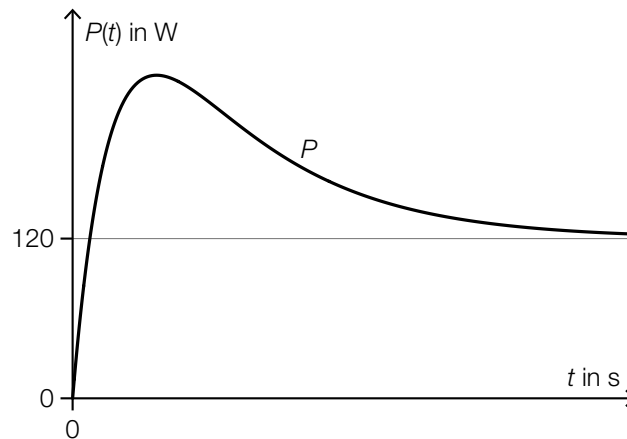


Elektrofahrrad*

- a) Bei einem bestimmten Elektrofahrrad wird der Anfahrvorgang durch einen Elektromotor unterstützt.

Die Leistung des Elektromotors in Abhängigkeit von der Zeit ist in der nachstehenden Abbildung modellhaft dargestellt.



Für die Funktion P gilt:

$$P(t) = 380 \cdot e^{-a \cdot t} - 500 \cdot e^{-0,682 \cdot t} + 120$$

t ... Zeit in s

$P(t)$... Leistung des Elektromotors zur Zeit t in Watt (W)

a ... positiver Parameter

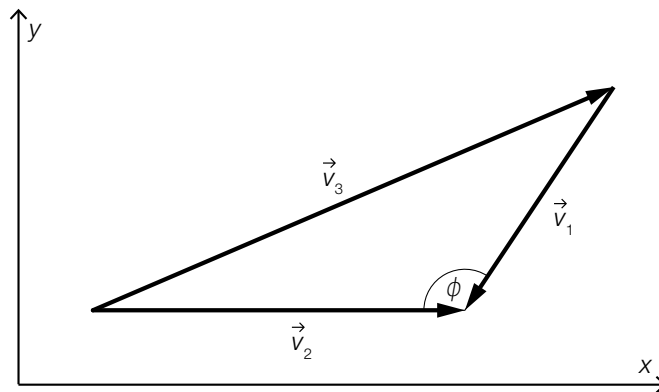
- 1) Argumentieren Sie mithilfe der Funktionsgleichung von P , dass sich $P(t)$ für $t \rightarrow \infty$ asymptotisch dem Wert 120 nähert. [0/1 P.]

Die Leistung nach 4 s beträgt 235 W.

- 2) Berechnen Sie a . [0/1 P.]

- 3) Berechnen Sie die maximale Leistung. [0/1 P.]

- b) Jemand fährt an einem windigen Tag mit dem Elektrofahrrad. In der nachstehenden Abbildung sind die zu einem bestimmten Zeitpunkt auftretenden Geschwindigkeitsvektoren dargestellt.



$\vec{v}_1$... Geschwindigkeitsvektor des Windes
 $\vec{v}_2$... Geschwindigkeitsvektor des Elektrofahrrads
 $\vec{v}_3$... Vektor der relativen Geschwindigkeit des Elektrofahrrads

- 1) Stellen Sie mithilfe von $\vec{v}_2$ und $\vec{v}_3$ eine Formel zur Berechnung von $\vec{v}_1$ auf.

$\vec{v}_1 =$ _____

[0/1 P.]

Es gilt:

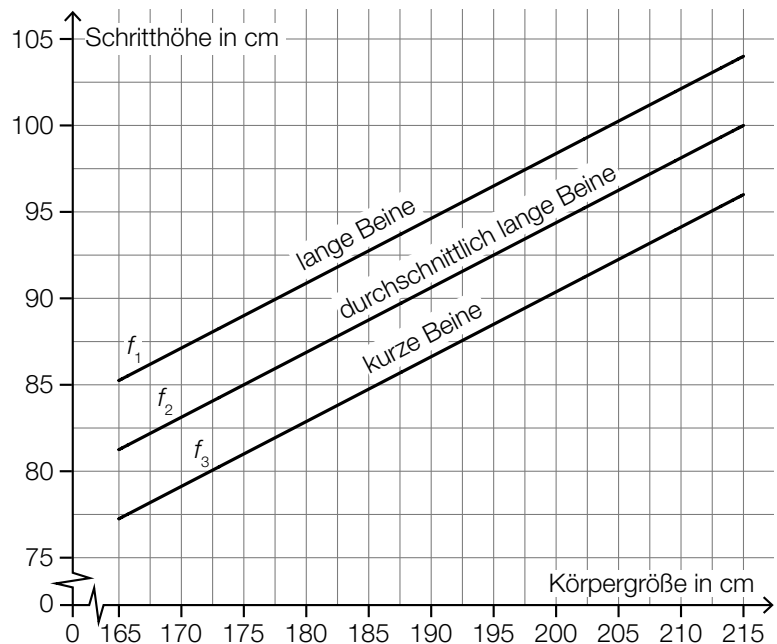
$\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} -5 \\ -6 \end{pmatrix}$

- 2) Berechnen Sie den Winkel ϕ .

[0/1 P.]

- c) Für die Wahl der passenden Rahmenhöhe eines Elektrofahrrads ist die Schritthöhe von Bedeutung.

Die Schritthöhe hängt nicht nur von der Körpergröße, sondern auch vom jeweiligen Figurtyp ab (siehe nebenstehende Abbildung).



Der jeweilige Zusammenhang zwischen der Schritthöhe und der Körpergröße kann modellhaft durch die Funktionen f_1 , f_2 und f_3 beschrieben werden.

Es gilt:

$$f_1(x) = k_1 \cdot x + d_1$$

$$f_2(x) = k_2 \cdot x + d_2$$

$$f_3(x) = k_3 \cdot x + d_3$$

x ... Körpergröße in cm

$f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$... Schritthöhe bei der Körpergröße x in cm

k_1 , k_2 , k_3 , d_1 , d_2 , d_3 ... Parameter

- 1) Stellen Sie mithilfe der obigen Abbildung eine Gleichung der Funktion f_2 auf. [0/1 P.]

Die Graphen der Funktionen f_1 , f_2 und f_3 sind zueinander parallel. Die Graphen von f_1 und f_2 haben den gleichen senkrechten Abstand zueinander wie die Graphen von f_2 und f_3 .

- 2) Kreuzen Sie die nicht zutreffende Aussage an. [1 aus 5] [0/1 P.]

$d_1 > d_3$	☐
$k_1 - k_2 = 0$	☐
$ d_1 - d_2 = d_3 - d_2 $	☐
$\frac{d_1}{k_1} = \frac{d_2}{k_2}$	☐
$\frac{k_1}{k_3} = 1$	☐

Möglicher Lösungsweg

a1) Für $t \rightarrow \infty$ gehen $e^{-a \cdot t}$ und $e^{-0,682 \cdot t}$ gegen null und damit auch $380 \cdot e^{-a \cdot t}$ und $500 \cdot e^{-0,682 \cdot t}$.
Somit nähern sich die Funktionswerte für $t \rightarrow \infty$ dem Wert 120.

a2) $P(4) = 235$ oder $380 \cdot e^{-a \cdot 4} - 500 \cdot e^{-0,682 \cdot 4} + 120 = 235$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$a = 0,2362...$$

a3) $P'(t) = 0$ oder $-89,78... \cdot e^{-0,2362... \cdot t} + 341 \cdot e^{-0,682 \cdot t} = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$t = 2,99...$$

$$P(2,99...) = 242,41...$$

Die maximale Leistung beträgt rund 242,4 W.

a1) Ein Punkt für das richtige Argumentieren mithilfe der Funktionsgleichung.

a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Parameters a .

a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der maximalen Leistung.

b1) $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 - \vec{v}_3$

b2) $\phi = \arccos\left(\frac{|\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2|}{|\vec{v}_1| \cdot |\vec{v}_2|}\right) = 129,80...^\circ$

b1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.

b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Winkels ϕ .

c1) $f_2(x) = k_2 \cdot x + d_2$

$$k_2 = \frac{100 - 85}{215 - 175} = \frac{3}{8}$$

$$d_2 = 85 - \frac{3}{8} \cdot 175 = \frac{155}{8}$$

$$f_2(x) = \frac{3}{8} \cdot x + \frac{155}{8}$$

c2)

$\frac{d_1}{k_1} = \frac{d_2}{k_2}$	☒

c1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der linearen Funktion f_2 .

c2) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.