

Puzzles

- a) Bei einem sogenannten *Rundpuzzle* werden die Teile in Ringen aneinandergelegt. Der innerste Ring besteht aus 4 Teilen. Die Anzahl der Teile jedes Ringes ist in der nachstehenden Tabelle angegeben.

n (Nummer des Ringes – von innen aus gezählt)	1	2	3	4	5	6	7	8
r_n (Anzahl der Teile im n -ten Ring)	4	10	16	22	32	36	38	42

Die Anzahl der Teile im jeweiligen Ring kann durch die Folge (r_n) beschrieben werden.

- 1) Begründen Sie, warum sich die Anzahl der Teile im n -ten Ring bis $n = 4$ durch eine arithmetische Folge beschreiben lässt. [0/1 P.]
- 2) Weisen Sie nach, dass sich die Anzahl der Teile im n -ten Ring ab $n = 5$ nicht mehr durch eine arithmetische Folge beschreiben lässt. [0/1 P.]

Die gesamte Anzahl aller Teile bis zum n -ten Ring kann bis $n = 4$ mithilfe der nachstehenden Formel berechnet werden.

$$s_n = k \cdot n^2 + \ell \cdot n$$

s_n ... gesamte Anzahl der Teile in den ersten n Ringen

n ... Anzahl der Ringe

k, ℓ ... Parameter

Es gilt: $s_1 = 4$ und $s_2 = 14$

- 3) Berechnen Sie die Parameter k und ℓ . [0/1 P.]

- b) Vom Hersteller B gibt es Puzzles, deren Teilezahlen der Folge (b_n) entsprechen.
 b_1 ist dabei die Teilezahl des größten Puzzles (d.h. des Puzzles mit den meisten Teilen).

$$b_n = 4\,000 \cdot q^{n-1} \quad \text{mit} \quad n \leq 6$$

Das fünftgrößte Puzzle ($n = 5$) hat 250 Teile.

- 1) Ermitteln Sie den Parameter q .

[0/1 P.]

Das fünftgrößte Puzzle des Herstellers C hat doppelt so viele Teile wie das fünftgrößte Puzzle des Herstellers B . Dieses Verhältnis gilt für alle Puzzlegrößen.

Die Teilezahlen der Puzzles des Herstellers C entsprechen der Folge (c_n) .

- 2) Kreuzen Sie das auf die Folge (c_n) zutreffende Bildungsgesetz an. [1 aus 5]

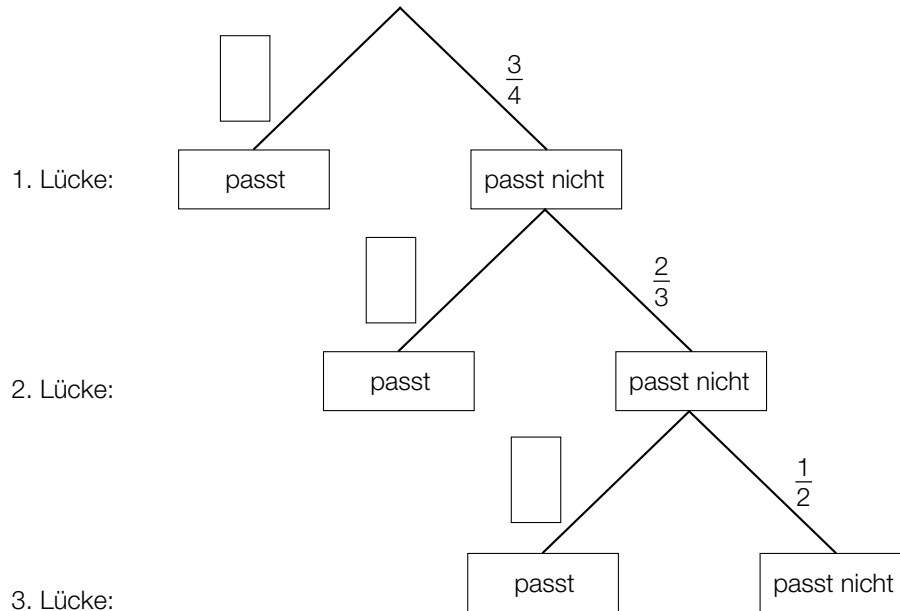
[0/1 P.]

$c_n = 4\,000 \cdot q^{2 \cdot n - 1}$	☐
$c_n = 4\,000 \cdot q^{2 \cdot (n-1)}$	☐
$c_n = 4\,000 \cdot (2 \cdot q)^{n-1}$	☐
$c_n = (4\,000 \cdot 2) \cdot q^{n-1}$	☐
$c_n = 4\,000 \cdot q^{(n-1)^2}$	☐

- c) Bei einem Puzzle für Kinder sind noch 4 Lücken für jeweils 1 Teil frei.

Andreas nimmt eines der 4 Teile und versucht so oft, es in jede der Lücken zu legen, bis er die richtige Lücke gefunden hat.

Dieser Vorgang wird bis zur 3. Lücke durch das nachstehende Baumdiagramm beschrieben.



- 1) Tragen Sie im obigen Baumdiagramm die fehlenden Wahrscheinlichkeiten in die dafür vorgesehenen Kästchen ein. [0/1 P.]

Lena wählt ein Teil zufällig aus und betrachtet die folgenden zwei Ereignisse:

E_1 ... „das Teil passt in die 1. Lücke“

E_2 ... „das Teil passt nicht in die 1. Lücke, aber es passt in die 2. Lücke“

- 2) Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E_1 gleich groß wie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E_2 ist. [0/1 P.]

Möglicher Lösungsweg

a1) Es handelt sich um eine arithmetische Folge, weil (bis $n = 4$) jeder Ring um 6 Teile mehr hat als der vorige.

a2) Im 5. Ring befinden sich 32 Teile, das sind um 10 (und nicht um 6) mehr als im 4. Ring.

a3) I: $k \cdot 1^2 + \ell \cdot 1 = 4$
II: $k \cdot 2^2 + \ell \cdot 2 = 14$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$k = 3$$

$$\ell = 1$$

- a1) Ein Punkt für das richtige Begründen.
a2) Ein Punkt für das richtige Nachweisen.
a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Parameter k und ℓ .

b1) $4000 \cdot q^{5-1} = 250$

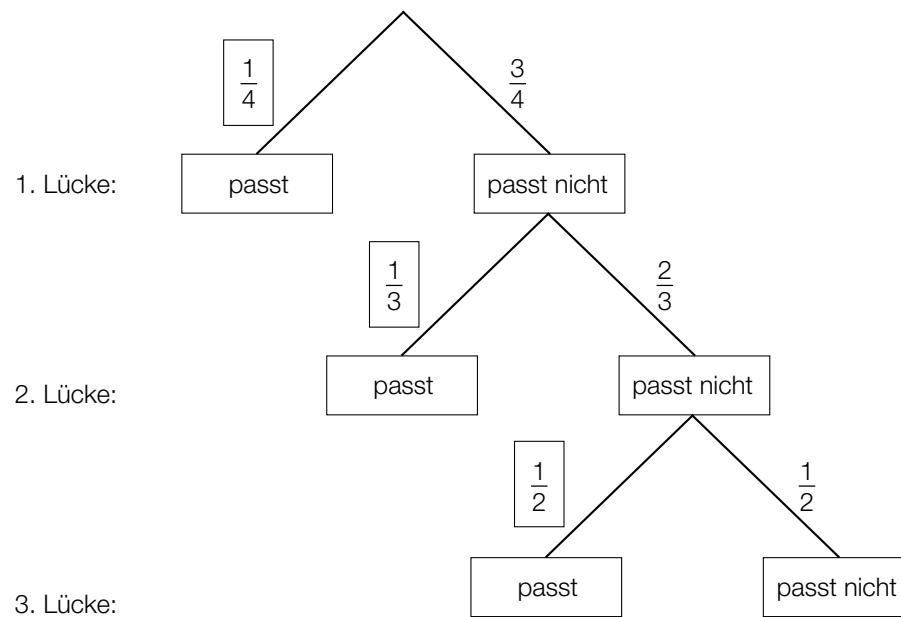
$$q = \sqrt[4]{\frac{250}{4000}} = 0,5$$

b2)

$c_n = (4000 \cdot 2) \cdot q^{n-1}$	☒

- b1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Parameters q .
b2) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

c1)



c2) $P(E_1) = \frac{1}{4}$

$$P(E_2) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$$

Die beiden Wahrscheinlichkeiten sind gleich groß.

c1) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Wahrscheinlichkeiten.

c2) Ein Punkt für das richtige Zeigen.