

Swimmingpool (2)

- a) Lea möchte einen Pool kaufen. Sie hat dafür über einen Zeitraum von 5 Jahren bei einem konstanten Jahreszinssatz 4 Einzahlungen Z auf ein Konto getätigt und so bis heute € 2.468,39 gespart.

Dabei gilt:

$$Z + Z \cdot 1,0102^2 + Z \cdot 1,0102^4 + Z \cdot 1,0102^5 = 2468,39$$

- 1) Lesen Sie den Jahreszinssatz i ab.

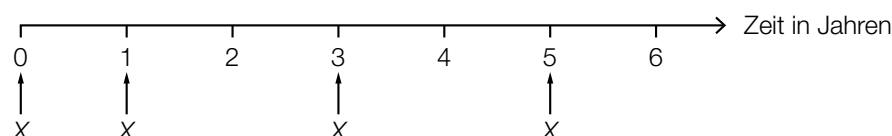
$i =$ _____ % p. a.

[0/1 P.]

- 2) Berechnen Sie die Höhe von Z .

[0/1 P.]

- b) Melisa möchte einen Pool kaufen. Sie hat dafür 4 Einzahlungen X auf ein Konto getätigt (siehe nachstehende Zeitachse).



Für verschiedene Zeitpunkte soll der Wert dieser Einzahlungen berechnet werden. Der jährliche Aufzinsungsfaktor wird mit q bezeichnet.

- 1) Ordnen Sie den beiden Werten jeweils den zutreffenden Ausdruck aus A bis D zu. [0/1 P.]

Wert aller Einzahlungen zum Zeitpunkt 1	
Wert aller Einzahlungen zum Zeitpunkt 3	

A	$X + X \cdot q + \frac{X}{q^2} + \frac{X}{q^4}$
B	$X + X \cdot q^2 + X \cdot q^3 + \frac{X}{q^2}$
C	$X \cdot q + X \cdot q^3 + X \cdot q^4 + \frac{X}{q}$
D	$X + \frac{X}{q} + \frac{X}{q^3} + \frac{X}{q^5}$

- c) Konstantin möchte einen Pool kaufen. Er nimmt dafür einen Kredit in Höhe von € 20.000 auf, den er durch 120 Monatsraten in Höhe von jeweils € 198,71 zurückzahlen möchte. Die 1. Zahlung erfolgt 1 Monat nach Auszahlung des Kredits.

1) Berechnen Sie den Monatszinssatz für diesen Kredit.

[0/1 P.]

- d) Simon möchte einen Pool kaufen. Er nimmt dafür einen Kredit auf, den er durch nachschüssige monatliche Annuitäten bei einem Monatszinssatz i_{12} zurückzahlen soll.
Die Höhe der monatlichen Annuitäten ändert sich dabei.

In der nachstehenden Tabelle ist ein Ausschnitt des zugehörigen Tilgungsplans dargestellt.

Monat	Zinsanteil	Tilgungsanteil	monatliche Annuität	Restschuld
12				€ 6.766,03
13				€ 6.492,13
14				€ 6.492,13
15			A_{15}	€ 6.217,55

- 1) Geben Sie denjenigen Monat an, in dem der Tilgungsanteil € 0 beträgt. Begründen Sie Ihre Entscheidung.
- 2) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung von A_{15} auf.
Verwenden Sie dabei i_{12} sowie die Werte für die Restschuld im Monat 14 und im Monat 15.

[0/1 P.]

$A_{15} =$ _____

[0/1 P.]

Möglicher Lösungsweg

a1) $i = 1,02 \% \text{ p.a.}$

a2) $Z \cdot (1 + 1,0102^2 + 1,0102^4 + 1,0102^5) = 2468,39$
 $Z = 599,999\dots$

Die Höhe von Z beträgt € 600,00.

a1) Ein Punkt für das Ablesen des richtigen Jahreszinssatzes i .

a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Höhe von Z .

b1)

Wert aller Einzahlungen zum Zeitpunkt 1	A
Wert aller Einzahlungen zum Zeitpunkt 3	B

A	$X + X \cdot q + \frac{X}{q^2} + \frac{X}{q^4}$
B	$X + X \cdot q^2 + X \cdot q^3 + \frac{X}{q^2}$
C	$X \cdot q + X \cdot q^3 + X \cdot q^4 + \frac{X}{q}$
D	$X + \frac{X}{q} + \frac{X}{q^3} + \frac{X}{q^5}$

b1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

c1) $20000 = 198,71 \cdot \frac{(1 + i_{12})^{120} - 1}{i_{12}} \cdot \frac{1}{(1 + i_{12})^{120}}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz: $i_{12} = 0,0030\dots$

Der Monatszinssatz beträgt rund 0,3 %.

c1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Monatszinssatzes.

d1) Der Tilgungsanteil im Monat 14 beträgt € 0, weil die Restschuld am Ende des Monats 14 gleich groß wie am Ende des Monats 13 ist.

d2) $A_{15} = 6492,13 - 6217,55 + 6492,13 \cdot i_{12}$

oder:

$A_{15} = 274,58 + 6492,13 \cdot i_{12}$

d1) Ein Punkt für das Angeben des richtigen Monats und das richtige Begründen.

d2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.