

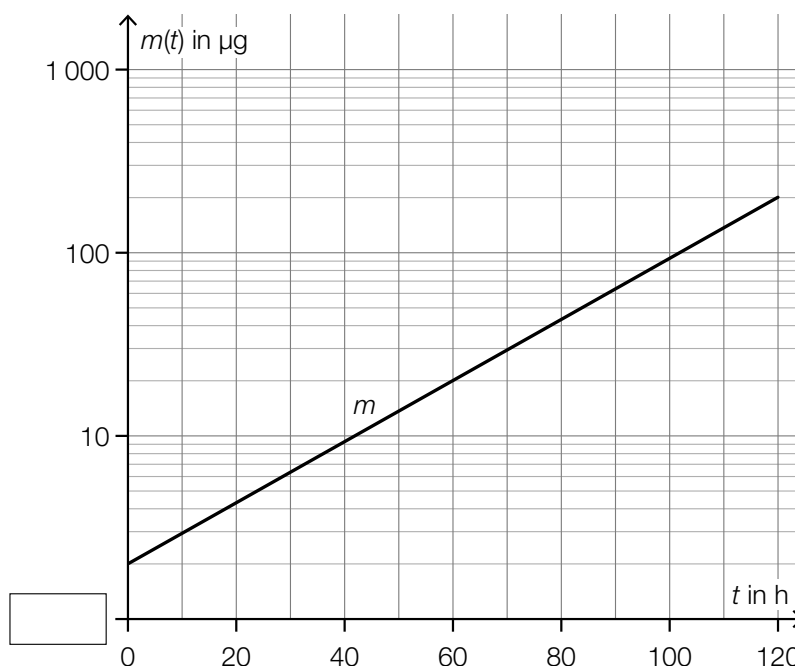
Pilzkultur

- a) Die Masse einer bestimmten Pilzkultur kann während der ersten 120 Stunden nach Beobachtungsbeginn näherungsweise durch die Funktion m in Abhängigkeit von der Zeit t beschrieben werden.

t ... Zeit nach Beobachtungsbeginn in h

$m(t)$... Masse der Pilzkultur zur Zeit t in μg

Der Graph der Funktion m ist in einem ordinatenlogarithmischen Koordinatensystem eine Gerade (siehe nachstehende Abbildung).



- 1) Tragen Sie die fehlende Zahl in das dafür vorgesehene Kästchen ein. [0/1 P.]
- 2) Kreuzen Sie die Gleichung der Funktion m an, deren Graph in der obigen Abbildung dargestellt ist. [1 aus 5] [0/1 P.]

$m(t) = a \cdot t^2 + b$	☐
$m(t) = a \cdot b^t$	☐
$m(t) = a \cdot t^b$	☐
$m(t) = a \cdot \sin(b \cdot t)$	☐
$m(t) = a \cdot \lg(t) + b$	☐

- 3) Berechnen Sie die Parameter a und b der Funktion m . [0/1 P.]

- b) Die momentane Änderungsrate der Masse einer bestimmten Pilzkultur kann für einen bestimmten Zeitraum durch die nachstehende Differenzialgleichung beschrieben werden.

$$\frac{dm}{dt} = a - \lambda \cdot m$$

t ... Zeit nach Beobachtungsbeginn in h

$m(t)$... Masse der Pilzkultur zur Zeit t in μg

a, λ ... positive Konstanten

- 1) Geben Sie die zugehörige homogene Differenzialgleichung an.

[0/1 P.]

Jemand behauptet, dass $m(t) = a \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ eine Lösung der Differenzialgleichung $\frac{dm}{dt} = a - \lambda \cdot m$ ist.

- 2) Überprüfen Sie nachweislich, ob diese Behauptung richtig ist.

[0/1 P.]

Eine Lösung dieser Differenzialgleichung für eine bestimmte Anfangsbedingung bei $t = 0$ lautet:

$$m(t) = 1\,000 - 998 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

- 3) Geben Sie diese Anfangsbedingung an.

[0/1 P.]

Jemand berechnet: $\frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} m(t) dt = 400 \mu\text{g}$

- 4) Interpretieren Sie das Ergebnis der obigen Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

[0/1 P.]

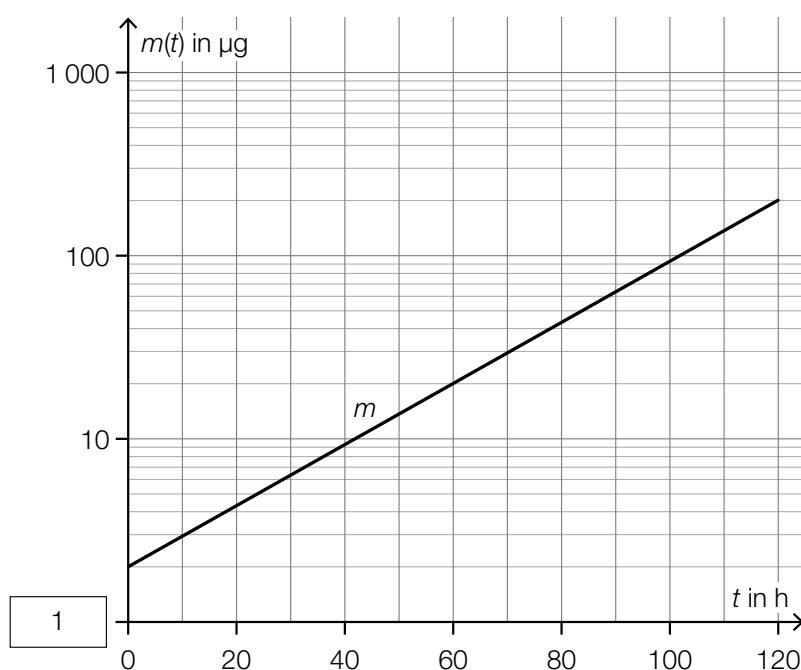
- c) Zu Beginn der Beobachtung beträgt die Masse einer bestimmten Pilzkultur 1,4 g. Jeden Tag verdoppelt sich die Masse dieser Pilzkultur.

- 1) Berechnen Sie, nach wie vielen Tagen nach Beginn der Beobachtung die Masse dieser Pilzkultur erstmals mehr als 7 kg beträgt.

[0/1 P.]

Möglicher Lösungsweg

a1)



a2)

$m(t) = a \cdot b^t$	☒

a3) Einsetzen von $(0|2)$ und $(120|200)$:

$$2 = a \cdot b^0$$

$$200 = a \cdot b^{120}$$

$$a = 2$$

$$b = 1,0391\dots$$

a1) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Zahl.

a2) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Parameter a und b .

b1) $\frac{dm}{dt} = -\lambda \cdot m$

b2) $m'(t) = -\lambda \cdot a \cdot e^{-\lambda \cdot t}$
 $-\lambda \cdot a \cdot e^{-\lambda \cdot t} = a - \lambda \cdot a \cdot e^{-\lambda \cdot t}$
 $0 = a$

Die Behauptung ist falsch.

b3) $m(0) = 2$

b4) Die durchschnittliche Masse der Pilzkultur im Zeitintervall $[t_1; t_2]$ beträgt 400 µg.

- b1) Ein Punkt für das Angeben der richtigen homogenen Differenzialgleichung.
- b2) Ein Punkt für das richtige nachweisliche Überprüfen.
- b3) Ein Punkt für das Angeben der richtigen Anfangsbedingung.
- b4) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.

c1) $7000 = 1,4 \cdot 2^t$
 $t = 12,28...$

Nach rund 12,3 Tagen beträgt die Masse der Pilzkultur erstmals mehr als 7 kg.

- c1) Ein Punkt für das richtige Berechnen.