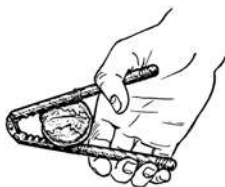


Walnüsse

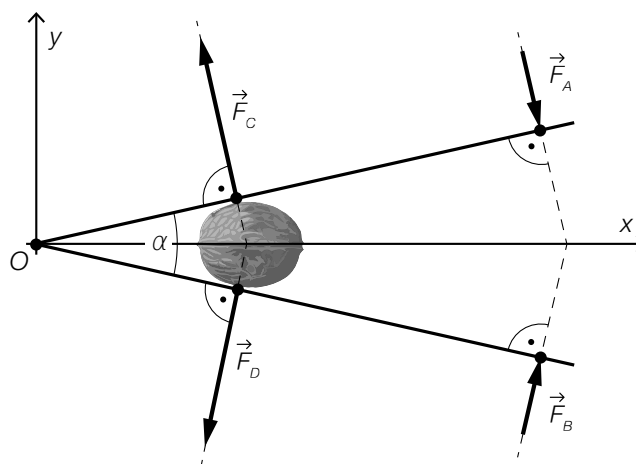
- a) Nussknacker sind Werkzeuge zum Öffnen von Nüssen (siehe Abbildung 1). Ein Nussknacker ist in Abbildung 2 modellhaft dargestellt.

Abbildung 1



Bildquelle: Pearson Scott Foresman, public domain, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=80563725> [18.10.2021].

Abbildung 2



- 1) Stellen Sie mithilfe der Vektoren $\vec{F}_A$ und $\vec{F}_B$ eine Formel zur Berechnung des Winkels α auf.

$$\alpha = \underline{\hspace{10cm}}$$

[0/1 P.]

Für die Kraft $\vec{F}_A$ (in Newton) gilt: $\vec{F}_A = \begin{pmatrix} 10 \\ -24 \end{pmatrix}$

Der Einheitsvektor von $\vec{F}_A$ wird mit $\vec{e}_A$ bezeichnet.

- 2) Tragen Sie die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$$\vec{e}_A = \begin{pmatrix} \boxed{} \\ \boxed{} \end{pmatrix}$$

[0/1 P.]

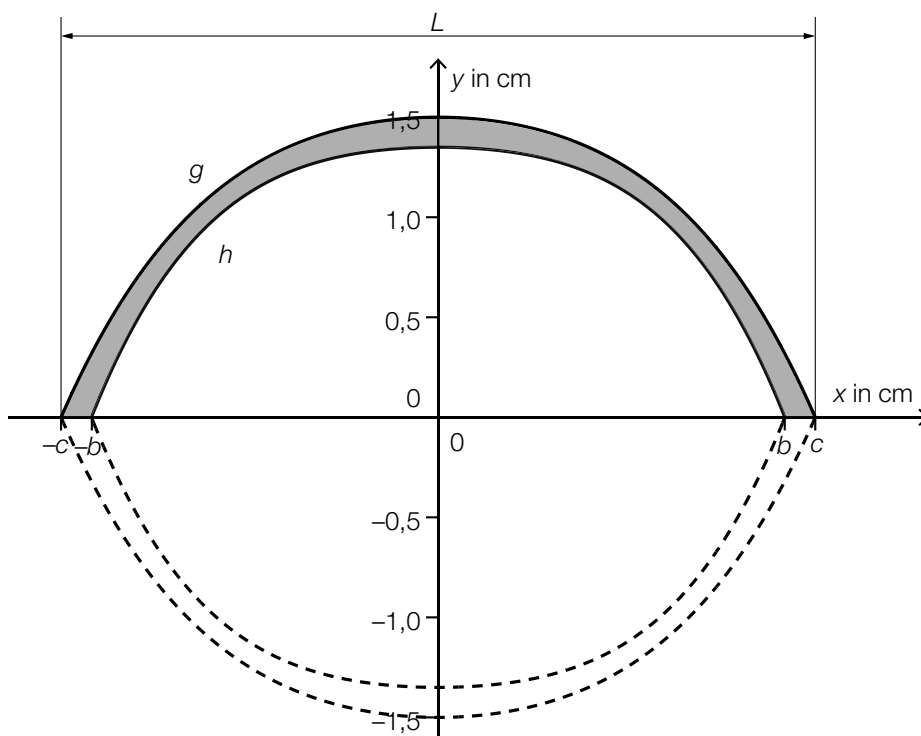
Für die Kraft $\vec{F}_C$ gilt: $|\vec{F}_C| = 65 \text{ N}$

- 3) Tragen Sie die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$$\vec{F}_C = \begin{pmatrix} \boxed{} \\ \boxed{} \end{pmatrix}$$

[0/1 P.]

- b) In der nachstehenden Abbildung ist der Querschnitt einer Walnuss modellhaft dargestellt. Die Schale der Walnuss entsteht durch Rotation der grau markierten Fläche um die x-Achse.



$$g(x) = -0,034 \cdot x^4 - 0,19 \cdot x^2 + 1,5$$

$$h(x) = -0,057 \cdot x^4 - 0,14 \cdot x^2 + a$$

$x, g(x), h(x)$... Koordinaten in cm

a ... Parameter

- 1) Zeigen Sie, dass die Länge L dieser Walnuss mehr als 4 cm beträgt.

[0/1 P.]

An der Stelle $x = 0$ beträgt die Dicke der Walnusschale 1,7 mm.

- 2) Geben Sie den Parameter a der Funktion h an.

$a =$ _____ cm

[0/1 P.]

- 3) Ordnen Sie den beiden Volumen jeweils die zutreffende Formel aus A bis D zu.

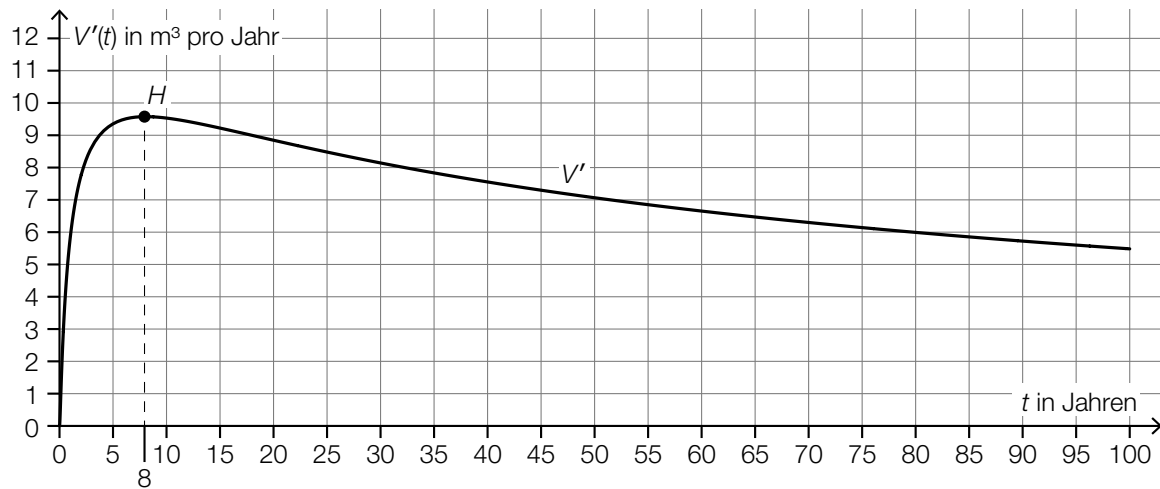
[0/1 P.]

Innenvolumen der Walnuss (ohne Schale)	
Volumen der Walnusschale	

A	$\pi \cdot \int_{-c}^c g(x)^2 dx - \pi \cdot \int_{-b}^b h(x)^2 dx$
B	$\pi \cdot \int_{-c}^c (g(x) - h(x))^2 dx$
C	$2 \cdot \pi \cdot \int_0^b h(x)^2 dx$
D	$\pi \cdot \int_{-b}^b (g(x)^2 - h(x)^2) dx$

- c) In einer Studie wurde die zeitliche Entwicklung des Holzvolumens einer bestimmten Walnussplantage ermittelt.

In der nachstehenden Abbildung ist die momentane Änderungsrate des Holzvolumens als Graph der Funktion V' mit dem Hochpunkt H dargestellt.



t ... Zeit ab Beginn der Studie in Jahren

$V'(t)$... momentane Änderungsrate des Holzvolumens zur Zeit t in m^3 pro Jahr

- 1) Kreuzen Sie die zutreffende Aussage über die zugehörige Stammfunktion V für das Zeitintervall $[0; 100]$ an. [1 aus 5] [0/1 P.]

V hat bei $t = 8$ einen Hochpunkt.	☐
V ist monoton fallend.	☐
V hat an der Stelle $t = 8$ die kleinste Steigung.	☐
V ist monoton steigend.	☐
V ist an der Stelle $t = 8$ negativ gekrümmt.	☐

- 2) Ermitteln Sie näherungsweise den Flächeninhalt zwischen dem Graphen von V' und der Zeitachse im Zeitintervall $[50; 80]$.

Flächeninhalt: _____

[0/1 P.]

- 3) Interpretieren Sie diesen Flächeninhalt im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an. [0/1 P.]

Möglicher Lösungsweg

$$\text{a1) } \alpha = 180^\circ - \arccos\left(\frac{\vec{F}_A \cdot \vec{F}_B}{|\vec{F}_A| \cdot |\vec{F}_B|}\right)$$

oder:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{-\vec{F}_A \cdot \vec{F}_B}{|\vec{F}_A| \cdot |\vec{F}_B|}\right)$$

$$\text{a2) } \vec{e}_A = \begin{pmatrix} \frac{5}{13} \\ -\frac{12}{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,384... \\ -0,923... \end{pmatrix}$$

$$\text{a3) } \vec{F}_C = -\vec{e}_A \cdot |\vec{F}_C| = \begin{pmatrix} -25 \\ 60 \end{pmatrix}$$

- a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.
a2) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Zahlen.
a3) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Zahlen.

$$\text{b1) } g(x) = 0 \quad \text{oder} \quad -0,034 \cdot x^4 - 0,19 \cdot x^2 + 1,5 = 0$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$x_1 = -2,1... \quad x_2 = 2,1...$$

$$L = 4,2... \text{ cm}$$

Die Länge der Walnuss ist größer als 4 cm.

$$\text{b2) } a = 1,33 \text{ cm}$$

b3)

Innenvolumen der Walnuss (ohne Schale)	C
Volumen der Walnuss-schale	A

A	$\pi \cdot \int_{-c}^c g(x)^2 dx - \pi \cdot \int_{-b}^b h(x)^2 dx$
B	$\pi \cdot \int_{-c}^c (g(x) - h(x))^2 dx$
C	$2 \cdot \pi \cdot \int_0^b h(x)^2 dx$
D	$\pi \cdot \int_{-b}^b (g(x)^2 - h(x)^2) dx$

- b1) Ein Punkt für das richtige Zeigen.
b2) Ein Punkt für das Angeben des richtigen Wertes des Parameters a .
b3) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

c1)

V ist monoton steigend.	☒

c2) Flächeninhalt: 195

Toleranzbereich: [185; 205]

c3) Im Zeitintervall [50; 80] hat das Holzvolumen um 195 m^3 zugenommen.

c1) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

c2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Flächeninhalts.

c3) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang unter Angabe der zugehörigen Einheit.