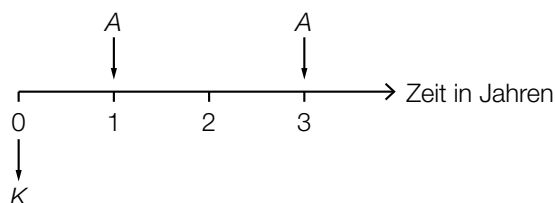


Tischlerei

- a) Für den Kauf einer Sägemaschine wird der Kreditbetrag K aufgenommen. Der Zinssatz beträgt 2 % p. a.

Der Kredit wird durch zwei gleich hohe Zahlungen A getilgt (siehe nachstehende Zeitachse).



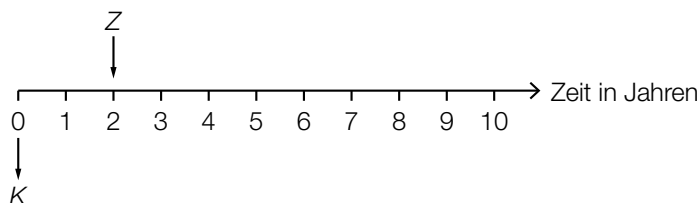
- 1) Stellen Sie mithilfe von K eine Formel für A auf.

$A =$ _____ [0/1 P.]

Alternativ kann der Kreditbetrag K durch eine Einmalzahlung Z und 5 jährliche Raten R zurückgezahlt werden. Der Zinssatz beträgt 2 % p. a.

$$\text{Es gilt: } K \cdot 1,02^3 = Z \cdot 1,02 + R \cdot \frac{1,02^5 - 1}{1,02 - 1} \cdot \frac{1}{1,02^5}$$

Der Kreditbetrag K und die Einmalzahlung Z sind auf der nachstehenden Zeitachse dargestellt.



- 2) Zeichnen Sie auf der obigen Zeitachse die Raten R ein. [0/1 P.]
- 3) Berechnen Sie R für $K = € 60.000$ und $Z = € 20.000$. [0/1 P.]

- b) Eine Schleifmaschine wird um den Betrag S gekauft. Die Bezahlung erfolgt mit den Beträgen B_1 und B_2 .

Es gilt: $S = B_1 \cdot q^{-5} + B_2 \cdot q^{-7}$

q ... monatlicher Aufzinsungsfaktor ($q > 1$)

Alternativ könnte die Zahlung auch mit den Beträgen B_1 und B_3 erfolgen.

Es gilt: $S = B_1 \cdot q^{-5} + B_3 \cdot q^{-3}$

- 1) Argumentieren Sie, dass B_3 kleiner als B_2 ist. [0/1 P.]
- 2) Kreuzen Sie diejenige Gleichung an, die nicht zur Gleichung $S = B_1 \cdot q^{-5} + B_2 \cdot q^{-7}$ äquivalent ist. [1 aus 5] [0/1 P.]

$S \cdot q^{10} = B_1 \cdot q^5 + B_2 \cdot q^3$	☐
$S \cdot q^7 = B_1 \cdot q^2 + B_2$	☐
$S \cdot q^6 = B_1 \cdot q + B_2 \cdot q^{-1}$	☐
$S \cdot q^5 = B_1 + B_2 \cdot q^{-2}$	☐
$S \cdot q^2 = B_1 \cdot q^{-5} + B_2 \cdot q^{-3}$	☐

- c) Für den Kauf einer Fräsmaschine wird ein Kredit in Höhe von € 45.000 aufgenommen. Dieser Kredit wird durch nachschüssige Semesterraten in Höhe von je € 3.500 und eine Restzahlung getilgt. Der Semesterzinssatz beträgt 0,8 %.

Für die Rückzahlung des Kredits wurde der nachstehende Tilgungsplan erstellt.

Semester	Zinsanteil	Tilgungsanteil	halbjährliche Annuität	Restschuld
0	---	---	---	€ 45.000
1	€ 360	€ 3.140	€ 3.500	

- 1) Vervollständigen Sie im obigen Tilgungsplan die Zeile für das Semester 1. [0/1 P.]

Es werden 13 nachschüssige Semesterraten gezahlt. Ein Semester nach Zahlung der letzten Semesterrate wird der Kredit durch eine Restzahlung vollständig getilgt.

- 2) Vervollständigen Sie im nachstehenden Tilgungsplan die Zeilen für die Semester 13 und 14. [0/1 P.]

Semester	Zinsanteil	Tilgungsanteil	halbjährliche Annuität	Restschuld
13	€ 44,94	€ 3.455,06	€ 3.500,00	
14	€ 17,30			€ 0,00

Für eine alternative Rückzahlung wird folgende Berechnung durchgeführt:

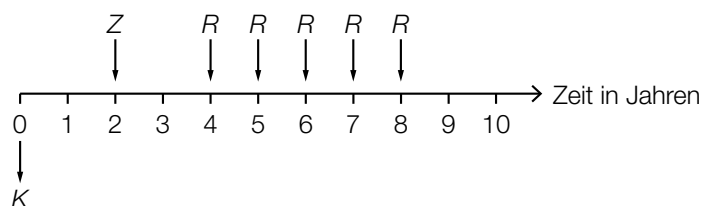
$$\sqrt[6]{1,008} - 1 \approx 0,0013$$

- 3) Interpretieren Sie das Ergebnis der obigen Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang. [0/1 P.]

Möglicher Lösungsweg

a1) $A = \frac{K}{1,02^{-1} + 1,02^{-3}}$

a2)



a3) $60\,000 \cdot 1,02^3 = 20\,000 \cdot 1,02 + R \cdot \frac{1,02^5 - 1}{1,02 - 1} \cdot \frac{1}{1,02^5}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$R = 9\,180,619\dots$$

Die Ratenhöhe beträgt € 9.180,62.

- a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.
a2) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen der Raten R .
a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen von R .

- b1) Der Betrag B_3 ist kleiner als B_2 , weil dieser früher gezahlt wird und damit weniger Zinsen anfallen.

Auch eine rechnerische Argumentation ist als richtig zu werten.

b2)

$S \cdot q^2 = B_1 \cdot q^{-5} + B_2 \cdot q^{-3}$	☒

- b1) Ein Punkt für das richtige Argumentieren.
b2) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

c1)

Semester	Zinsanteil	Tilgungsanteil	halbjährliche Annuität	Restschuld
0	---	---	---	€ 45.000
1	€ 360	€ 3.140	€ 3.500	€ 41.860

c2)

Semester	Zinsanteil	Tilgungsanteil	halbjährliche Annuität	Restschuld
13	€ 44,94	€ 3.455,06	€ 3.500,00	€ 2.162,50
14	€ 17,30	€ 2.162,50	€ 2.179,80	€ 0,00

Wird der Tilgungsplan vollständig oder mithilfe der Restschuld im Semester 12 durchgerechnet, ergeben sich aufgrund der Rundung geringfügig abweichende Werte.

c3) Es wird der (äquivalente) Monatszinssatz berechnet.

- c1) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen der Zeile für das Semester 1.
c2) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen der Zeilen für die Semester 13 und 14.
c3) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.