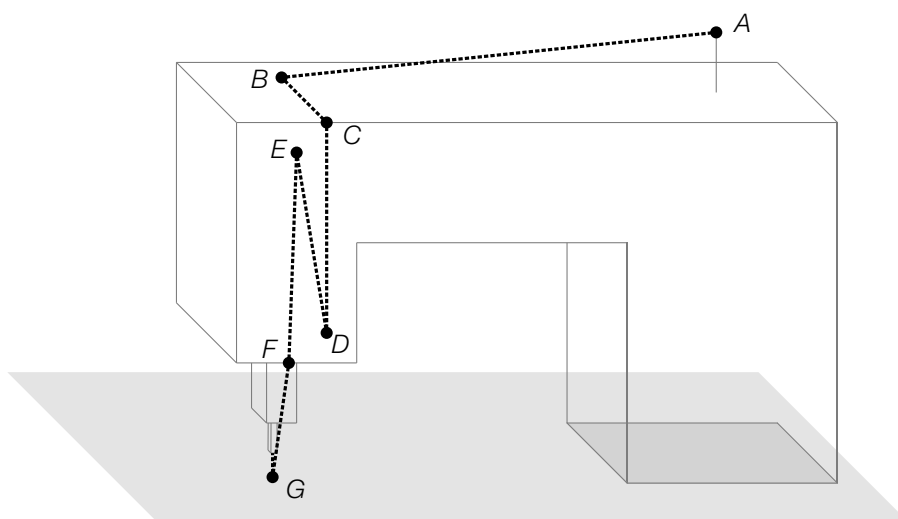


Nähmaschine

- a) Die nachstehende Abbildung zeigt modellhaft eine Nähmaschine. Die gepunktete Linie stellt den Verlauf des Fadens von der Spule im Punkt A bis zur Nadel im Punkt G dar.



Es gilt:

$A = (-4 | 35 | 25)$, $B = (x_B | y_B | 20)$, $D = (1 | 3 | 10)$, $E = (2 | 1 | 18)$, $F = (1 | 0 | 8)$
(Alle Koordinaten sind in Zentimetern angegeben.)

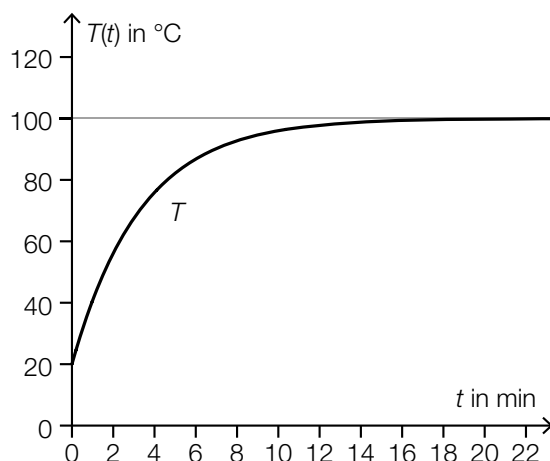
Der Faden läuft vom Punkt A entlang der Geraden g mit $X = \begin{pmatrix} -4 \\ 35 \\ 25 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 32 \\ 5 \end{pmatrix}$ zum Punkt B.

- 1) Ermitteln Sie die fehlenden Koordinaten des Punktes B. [0/1 P.]
- 2) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung geometrisch.
 $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$ [0/1 P.]

Der Faden läuft geradlinig vom Punkt D zum Punkt E und geradlinig weiter zum Punkt F.

- 3) Berechnen Sie die Länge des Fadens vom Punkt D bis zum Punkt F. [0/1 P.]

- b) Während des Nähens erwärmt sich die Nadel. Die zeitliche Entwicklung der Temperatur der Nadel kann durch die Funktion T modelliert werden (siehe nachstehende Abbildung).



$$T(t) = a - b \cdot e^{-k \cdot t}$$

t ... Zeit in min

$T(t)$... Temperatur der Nadel zur Zeit t in °C

a, b, k ... positive Parameter

- 1) Geben Sie die Parameter a und b an.

$a =$ _____

$b =$ _____

[0/1 P.]

- 2) Kreuzen Sie diejenige Differenzialgleichung an, deren Lösung die oben angegebene Funktion T ist. [1 aus 5]

[0/1 P.]

$\frac{dT}{dt} = k$	☐
$\frac{dT}{dt} = k \cdot T$	☐
$\frac{dT}{dt} = k \cdot T - 100$	☐
$\frac{dT}{dt} = k \cdot (100 - T)$	☐
$\frac{dT}{dt} = k \cdot 100$	☐

- c) Die Geschwindigkeit der Nadelspitze bei einem bestimmten Nähvorgang kann in Abhängigkeit von der Zeit t modellhaft durch die Funktion v beschrieben werden.

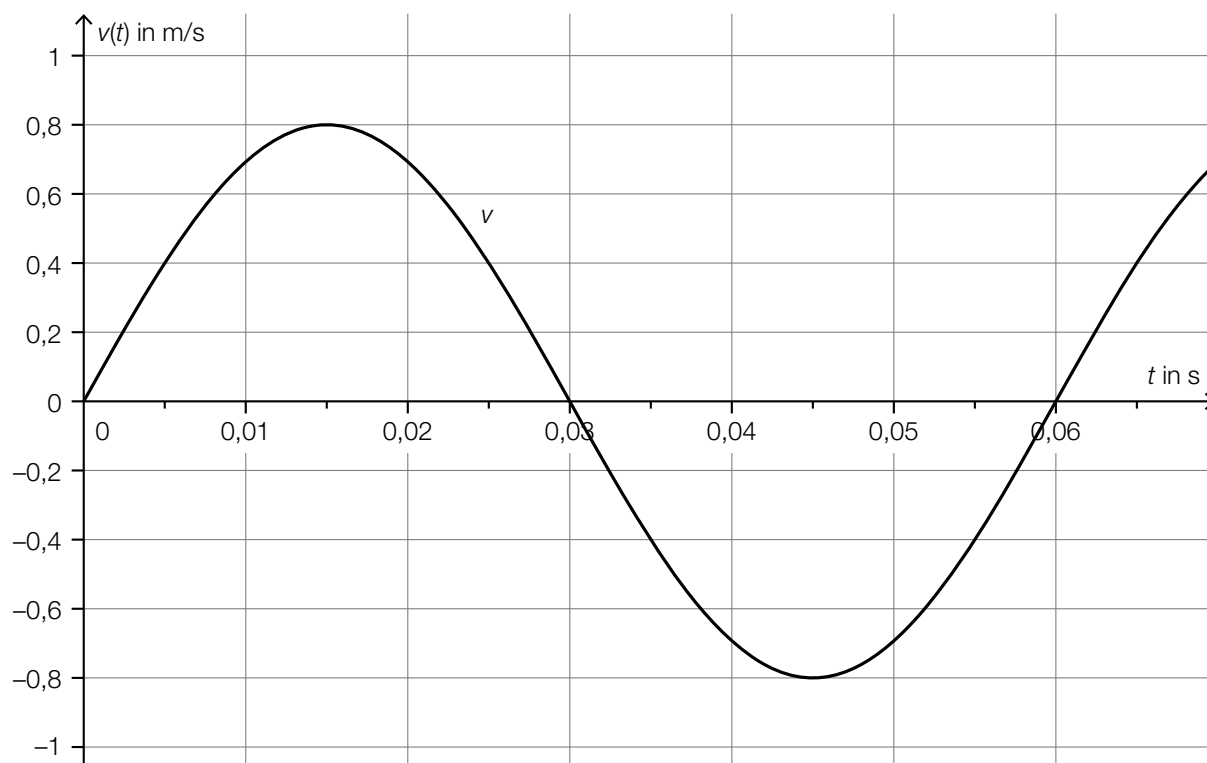
$$v(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

t ... Zeit in s

$v(t)$... Geschwindigkeit zur Zeit t in m/s

A, ω ... positive Parameter

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Funktion v dargestellt.



- 1) Geben Sie die Parameter A und ω an.

$A =$ _____

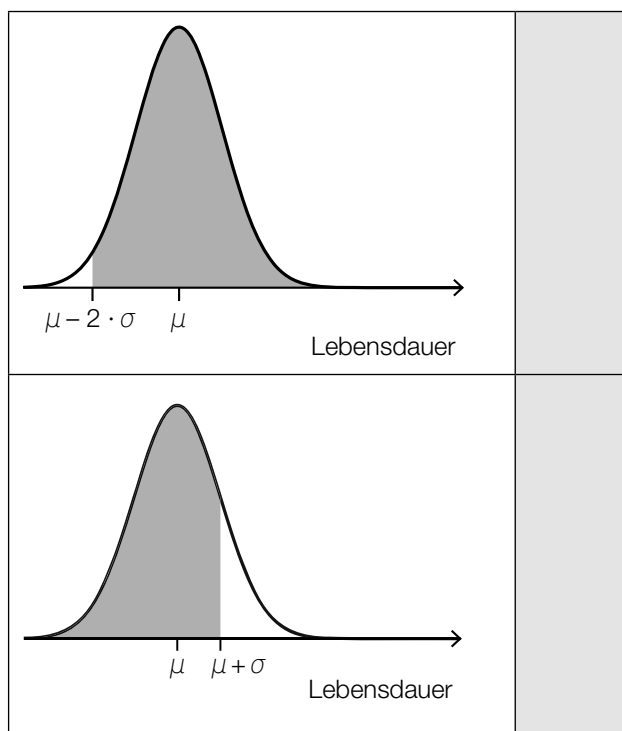
$\omega =$ _____

[0/1 P.]

- d) Die Lebensdauer eines bestimmten Nähadeltyps ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert μ und der Standardabweichung σ .

In den unten stehenden Abbildungen ist der Graph der zugehörigen Dichtefunktion dargestellt.

- 1) Ordnen Sie den grau markierten Flächen jeweils die entsprechende Wahrscheinlichkeit aus A bis D zu. [0/1 P.]



A	0,68...
B	0,84...
C	0,95...
D	0,97...

Möglicher Lösungsweg

a1) Gleichung der z-Koordinate: $20 = 25 + \lambda \cdot 5$
 $\lambda = -1$

$$x_B = -4 - 2 = -6; y_B = 35 - 32 = 3$$

$$B = (-6|3|20)$$

a2) Die beiden Vektoren stehen normal aufeinander.

a3) $|\overrightarrow{DE}| + |\overrightarrow{EF}| = \left| \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 8 \end{pmatrix} \right| + \left| \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -10 \end{pmatrix} \right| = 18,40\dots$

Die Länge des Fadens vom Punkt D bis zum Punkt F beträgt rund 18,4 cm.

- a1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der fehlenden Koordinaten des Punktes B .
a2) Ein Punkt für das richtige Interpretieren.
a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Länge.

b1) $a = 100$
 $b = 80$

b2)

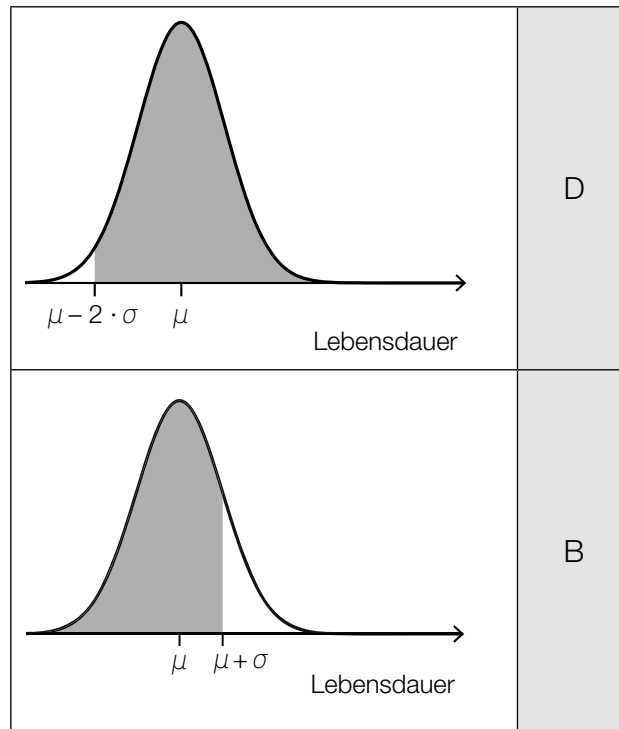
$\frac{dT}{dt} = k \cdot (100 - T)$	☒

- b1) Ein Punkt für das Angeben der richtigen Werte der Parameter a und b .
b2) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

c1) $A = 0,8$
 $\omega = \frac{2 \cdot \pi}{0,06} = 104,7...$

c1) Ein Punkt für das Angeben der richtigen Werte der Parameter A und ω .

d1)



A	0,68...
B	0,84...
C	0,95...
D	0,97...

d1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.