

Wasserversorgung

- a) Zum Transport von Wasser wurden im antiken Rom sogenannte *Aquädukte* errichtet. Die Namen der wichtigsten Aquädukte, ihre jeweilige Länge und ihre jeweilige Durchflussrate sind in der nachstehenden Tabelle angegeben.

Name	Länge in km	Durchflussrate in tausend m ³ pro Tag
<i>Aqua Appia</i>	16	70
<i>Aqua Vetuis</i>	64	175
<i>Aqua Marcia</i>	91	185
<i>Aqua Tepula</i>	20	18
<i>Aqua Julia</i>	25	48
<i>Aqua Virgo</i>	21	48
<i>Aqua Alsentina</i>	33	16

Datenquelle: Ausstellung im Wasserleitungsmuseum Kaiserbrunn

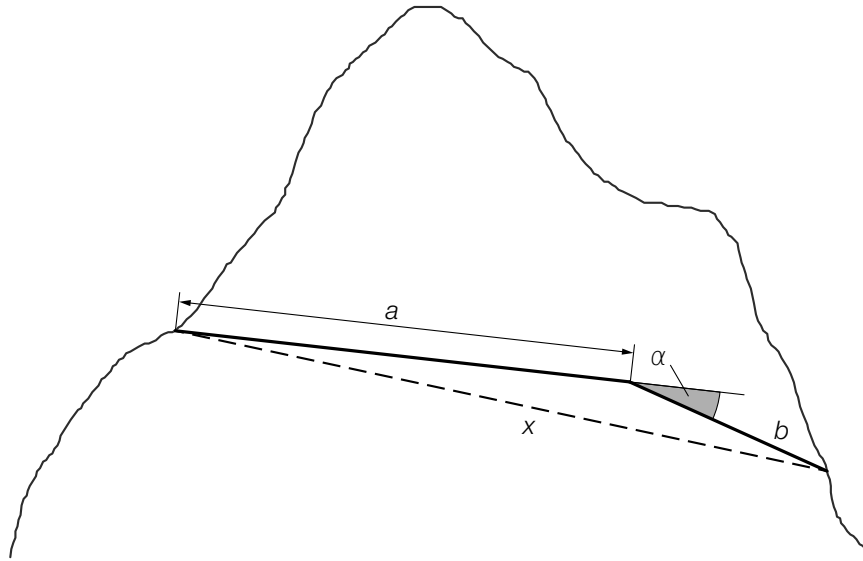
Linus vermutet, dass die Durchflussrate der Aquädukte linear von deren Länge abhängt.

- 1) Stellen Sie mithilfe der Regressionsrechnung eine Gleichung der zugehörigen linearen Funktion auf. [0/1 P.]
- 2) Ermitteln Sie das arithmetische Mittel und die Standardabweichung der Längen der in der obigen Tabelle angegebenen Aquädukte. [0/1 P.]

In der Fachliteratur wird ein Wert als *Ausreißer* bezeichnet, wenn er mehr als das 1,5-Fache der Standardabweichung vom arithmetischen Mittel abweicht.

- 3) Überprüfen Sie nachweislich, ob es unter den Längen der in der obigen Tabelle angegebenen Aquädukte einen Ausreißer gibt. [0/1 P.]

- b) Zwei unterirdische Stollen einer Wasserversorgung, ein Stollen mit der Länge a und ein Stollen mit der Länge b , sollen durch einen neuen Stollen mit der Länge x ersetzt werden (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Abbildung).



- 1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung von x auf. Verwenden Sie dabei a , b und α .

$x =$ _____

[0/1 P.]

Es gilt: $a = 8$ km, $b = 3,6$ km und $\alpha = 11,9^\circ$

- 2) Berechnen Sie die Länge x des neuen Stollens.

[0/1 P.]

- 3) Berechnen Sie den Winkel zwischen dem Stollen mit der Länge x und dem Stollen mit der Länge a .

[0/1 P.]

- c) Folgende Zusammenhänge wurden festgestellt:

W ... Steigt der Wohlstand in einer Region, so verbessert sich auch die Versorgung mit Wasser.

K ... Verbessert sich die Versorgung mit Wasser, so sinkt die Ausbreitung von Krankheiten in der betreffenden Region.

Die Korrelation für den Zusammenhang W ist dabei schwächer als jene für den Zusammenhang K .

- 1) Ordnen Sie den beiden Zusammenhängen jeweils den zutreffenden Korrelationskoeffizienten aus A bis D zu.

[0/1 P.]

W	
K	

A	$r = 0$
B	$r = 0,87...$
C	$r = -0,93...$
D	$r = -0,72...$

Möglicher Lösungsweg

a1) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$f(x) = 2,23 \cdot x - 6,06 \quad (\text{Koeffizienten gerundet})$$

x ... Länge in km

$f(x)$... Durchflussrate bei der Länge x in tausend m^3 pro Tag

a2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

arithmetisches Mittel $\bar{x}$:

$$\bar{x} = 38,57... \text{ km}$$

Standardabweichung s_n :

$$s_n = 26,11... \text{ km}$$

Auch die Angabe von $s_{n-1} = 28,20... \text{ km}$ ist als richtig zu werten.

a3) $38,57... + 1,5 \cdot 26,11... = 77,7...$

$$91 > 77,7...$$

oder:

$$38,57... + 1,5 \cdot 28,20... = 80,8...$$

$$91 > 80,8...$$

Aqua Marcia ist also ein Ausreißer.

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der linearen Funktion.

a2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des arithmetischen Mittels und der Standardabweichung.

a3) Ein Punkt für das richtige nachweisliche Überprüfen.

b1) $x = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(180^\circ - \alpha)}$

b2) $x = \sqrt{8^2 + 3,6^2 - 2 \cdot 8 \cdot 3,6 \cdot \cos(168,1^\circ)} = 11,54...$

Der neue Stollen hat eine Länge von rund 11,5 km.

b3) Für den entsprechenden Winkel β gilt:

$$\frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{x}{\sin(180^\circ - \alpha)}$$

$$\beta = \arcsin\left(\frac{b \cdot \sin(180^\circ - \alpha)}{x}\right) = \arcsin\left(\frac{3,6 \cdot \sin(168,1^\circ)}{11,54...}\right) = 3,68...^\circ$$

b1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.

b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen von x .

b3) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Winkels.

c1)

W	B
K	C

A	$r = 0$
B	$r = 0,87\dots$
C	$r = -0,93\dots$
D	$r = -0,72\dots$

c1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.