

Sitzgelegenheiten

- a) Ein Teil des nebenstehend abgebildeten Sessels kann modellhaft durch die Graphen der Funktionen p , f und g beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).



Bildquelle: © IKEA, https://www.ikea.com/at/de/images/products/poaeng-armchair-birch-veneer-hillared-anthracite__0497120_PE628947_S5.JPG?f=s [26.07.2021] (adaptiert).

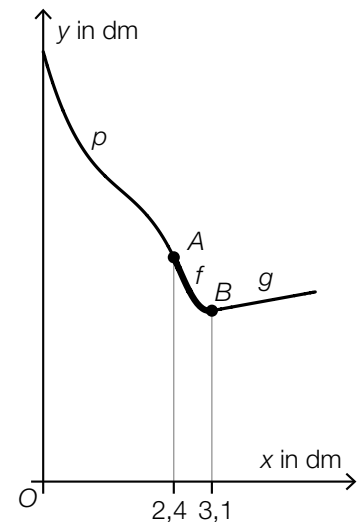
Für die Funktionen p und f gilt:

$$p(x) = -0,44 \cdot x^3 + 1,9 \cdot x^2 - 3,6 \cdot x + 7,9 \quad \text{mit} \quad 0 \leq x \leq 2,4$$

$$f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 - 148 \cdot x^2 + 275 \cdot x - 183 \quad \text{mit} \quad 2,4 \leq x \leq 3,1$$

x , $p(x)$, $f(x)$... Koordinaten in dm

Im Punkt A haben die Funktionen p und f den gleichen Funktionswert und die gleiche Steigung.



- 1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a und b der Funktion f .

[0/1 P.]

- 2) Berechnen Sie die Koeffizienten a und b .

[0/1 P.]

Die Gerade g ist Tangente an f im Punkt B .

- 3) Stellen Sie eine Gleichung der Tangente g auf.

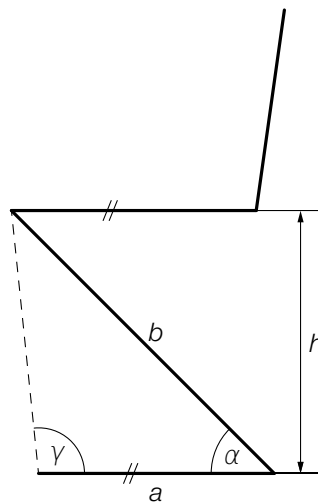
[0/1 P.]

- b) Der *Zickzack-Stuhl* (siehe nebenstehende Abbildung) wurde 1932 vom niederländischen Designer Gerrit Thomas Rietveld entworfen.



Bildquelle: Sailko – own work, CC BY 3.0,
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/9/91/Gerrit_rietveld,_sedia_zig-zag,_1938_ca.jpg [12.05.2021] (adaptiert).

Eine Tischlermeisterin baut einen Zickzack-Stuhl entsprechend der nachstehenden Abbildung nach.



Es gilt: $a = 39 \text{ cm}$, $b = 61,5 \text{ cm}$, $\alpha = 45^\circ$

- 1) Berechnen Sie den stumpfen Winkel γ .

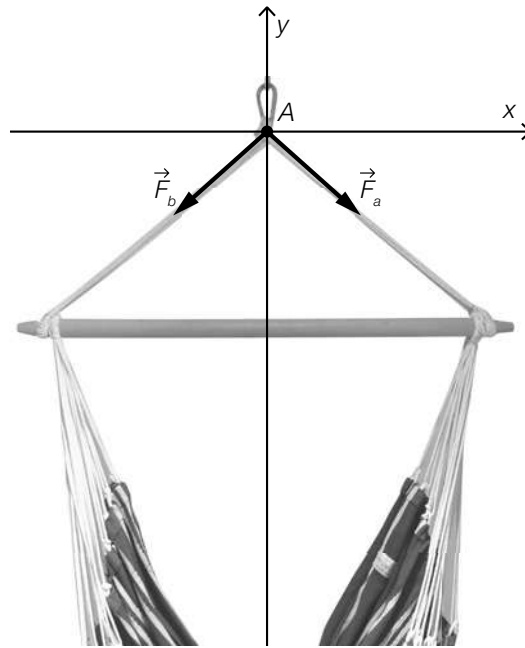
[0/1 P.]

Die Sitzhöhe des Originals beträgt 43 cm.

- 2) Berechnen Sie, um wie viel Prozent die Sitzhöhe h des nachgebauten Stuhls von der Sitzhöhe des Originals abweicht.

[0/1 P.]

c) Ein Hängesessel wird im Punkt A befestigt (siehe nachstehende Abbildung).



Quelle: BMBWF

Die im Punkt A wirkende Gewichtskraft $\vec{G}$ wird in die zwei Kräfte $\vec{F}_a$ und $\vec{F}_b$ zerlegt.
Es gilt: $|\vec{F}_a| = |\vec{F}_b|$

- 1) Veranschaulichen Sie in der obigen Abbildung das entsprechende Kräfteparallelogramm und die Gewichtskraft $\vec{G}$. [0/1 P.]

Für den Vektor $\vec{F}_a$ (in Newton) gilt: $|\vec{F}_a| = 25$ und $\vec{F}_a = \begin{pmatrix} 20 \\ a_y \end{pmatrix}$ mit $a_y < 0$

- 2) Berechnen Sie a_y . [0/1 P.]

- 3) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung den Winkel α ein, für den gilt:

$$\cos(\alpha) = \frac{\begin{pmatrix} 20 \\ a_y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}}{25} \quad [0/1 P.]$$

Möglicher Lösungsweg

a1) $f'(x) = 4 \cdot a \cdot x^3 + 3 \cdot b \cdot x^2 - 296 \cdot x + 275$
 $p'(x) = -1,32 \cdot x^2 + 3,8 \cdot x - 3,6$

I: $f(2,4) = p(2,4)$

II: $f'(2,4) = p'(2,4)$

oder:

I: $a \cdot 2,4^4 + b \cdot 2,4^3 - 148 \cdot 2,4^2 + 275 \cdot 2,4 - 183 = 4,12...$

II: $4 \cdot a \cdot 2,4^3 + 3 \cdot b \cdot 2,4^2 - 296 \cdot 2,4 + 275 = -2,08...$

a2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$a = -\frac{41\,185}{13\,824} = -2,97...$$

$$b = \frac{747\,571}{21\,600} = 34,60...$$

a3) $g(x) = k \cdot x + d$

$$k = f'(3,1) = 0,1815...$$

$$d = f(3,1) - 3,1 \cdot k = 3,140... - 3,1 \cdot 0,1815... = 2,577...$$

$$g(x) = 0,1815... \cdot x + 2,577...$$

a1) Ein Punkt für das richtige Erstellen des Gleichungssystems.

a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Koeffizienten a und b .

a3) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der Tangente.

b1) Berechnen der dritten Seite x des Dreiecks (strichliert eingezeichnet):

$$x = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\alpha)} = \sqrt{39^2 + 61,5^2 - 2 \cdot 39 \cdot 61,5 \cdot \cos(45^\circ)} = 43,71...$$

$$\frac{b}{\sin(\gamma_1)} = \frac{x}{\sin(\alpha)}$$

$$\gamma_1 = \arcsin\left(\frac{b \cdot \sin(\alpha)}{x}\right) = \arcsin\left(\frac{61,5 \cdot \sin(45^\circ)}{43,71...}\right) = 84,10...$$

$$\gamma = 180^\circ - \gamma_1 = 95,89...$$

b2) $h = b \cdot \sin(\alpha) = 61,5 \cdot \sin(45^\circ) = 43,48...$

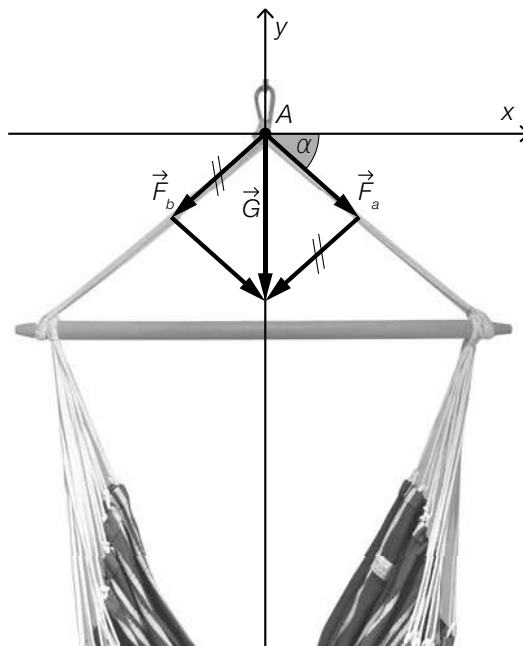
$$\frac{43,48... - 43}{43} = 0,0113...$$

Die Sitzhöhe h des nachgebauten Stuhls weicht um rund 1,1 % von der Sitzhöhe des Originals ab.

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des stumpfen Winkels γ .

b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der prozentuellen Abweichung.

c1 und c3)



c2) $20^2 + a_y^2 = 25^2$
 $a_y = -15$

c1) Ein Punkt für das richtige Veranschaulichen.

c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen von a_y .

c3) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Winkels α .