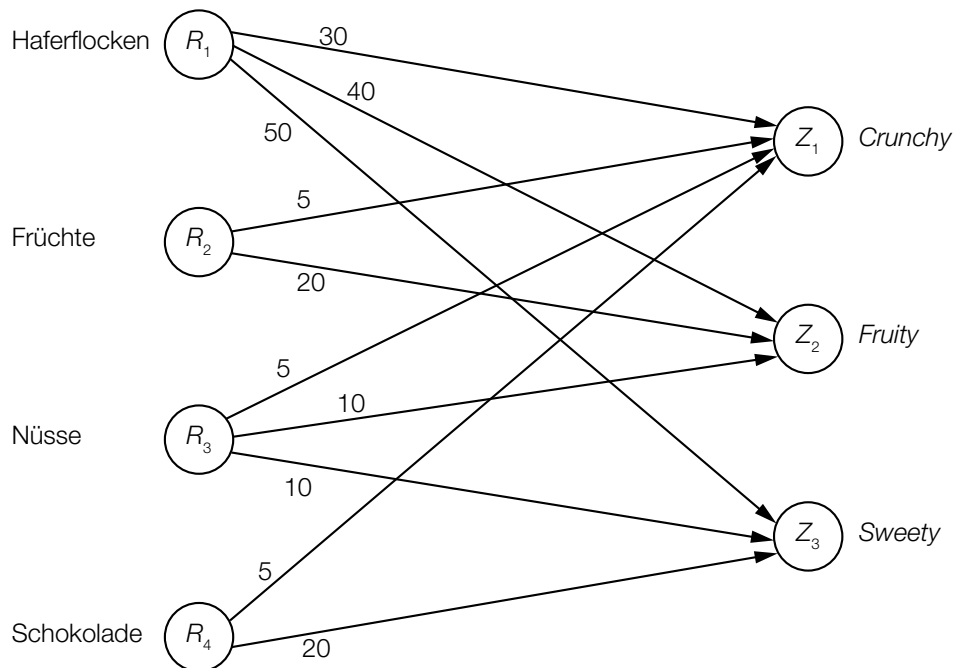


Müsliriegel

Ein Start-up-Unternehmen bringt verschiedene Müsliriegel-Sorten auf den Markt.

Aus den 4 Rohstoffen Haferflocken (R_1), Früchte (R_2), Nüsse (R_3) und Schokolade (R_4) werden mit Öl und Honig Müsliriegel der Sorten *Crunchy* (Z_1), *Fruity* (Z_2) und *Sweety* (Z_3) als Zwischenprodukte hergestellt.

Im nachstehenden Gozinto-Graphen ist der Mengenbedarf an diesen 4 Rohstoffen in Gramm für die Herstellung jeweils eines Müsliriegels dargestellt.



Das Start-up-Unternehmen bringt die Müsliriegel als Endprodukte in 6er-Probiertpackungen (E_1), in 12er-Packungen (E_2) und in 18er-Mix-Boxen (E_3) auf den Markt.

Die jeweiligen Stückzahlen der Müsliriegel in den Packungen sind in der nachstehenden Tabelle angegeben, die der Matrix $\mathbf{P}$ entspricht.

		6er-Probiertpackung E_1	12er-Packung E_2	18er-Mix-Box E_3
<i>Crunchy</i>	Z_1	2	2	10
<i>Fruity</i>	Z_2	2	4	4
<i>Sweety</i>	Z_3	2	6	4

- a) Der im obigen Gozinto-Graphen dargestellte Mengenbedarf an Rohstoffen für die Herstellung der Müsliriegel soll durch die Matrix $\mathbf{R}$ beschrieben werden.

1) Ermitteln Sie die Matrix $\mathbf{R}$. [0/1 P.]

Der Mengenbedarf an Rohstoffen für die Herstellung der Müsliriegel-Packungen soll durch die Matrix $\mathbf{V}$ beschrieben werden.

2) Ermitteln Sie die Matrix $\mathbf{V}$. [0/1 P.]

3) Interpretieren Sie das Element v_{32} der Matrix $\mathbf{V}$ im gegebenen Sachzusammenhang. [0/1 P.]

Es werden 50 der 6er-Probierpackungen, 30 der 12er-Packungen und 20 der 18er-Mix-Boxen nachgefragt.

Es stehen 40 kg Haferflocken zur Verfügung.

4) Überprüfen Sie nachweislich, ob mit dieser Menge der Mengenbedarf an Haferflocken für die Herstellung der Müsliriegel gedeckt ist. [0/1 P.]

- b) Die Gesamtmasse der Müsliriegel beträgt in der 6er-Probierpackung 540 g, in der 12er-Packung 1 220 g und in der 18er-Mix-Box 1 380 g.

Aus diesen Werten kann mithilfe der Matrix $\mathbf{P}$ die Masse x_1 eines Müsliriegels *Crunchy*, die Masse x_2 eines Müsliriegels *Fruity* und die Masse x_3 eines Müsliriegels *Sweety* berechnet werden.

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Massen x_1 , x_2 und x_3 . [0/1 P.]

Die Massen x_1 , x_2 und x_3 können auch zu einem Vektor $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ zusammengefasst und mithilfe des Vektors $\vec{m} = \begin{pmatrix} 540 \\ 1\,220 \\ 1\,380 \end{pmatrix}$ und der Matrix $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 10 \\ 2 & 4 & 4 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ ermittelt werden.

2) Kreuzen Sie denjenigen Ausdruck an, mit dem der Vektor $\vec{x}$ berechnet werden kann.

[1 aus 5]

[0/1 P.]

$\vec{x} = \mathbf{P} \cdot \vec{m}$	☐
$\vec{x} = \mathbf{P}^T \cdot \vec{m}$	☐
$\vec{x} = (\mathbf{P} \cdot \vec{m})^T$	☐
$\vec{x} = \mathbf{P}^{-1} \cdot \vec{m}$	☐
$\vec{x} = (\mathbf{P}^T)^{-1} \cdot \vec{m}$	☐

c) In einer Marktstudie wird die Nachfrage nach der 18er-Mix-Box untersucht.

Die Sättigungsmenge liegt bei 180 Stück.

Bei einem Preis von 10 Euro pro Stück beträgt die Nachfrage 80 Stück.

Für die Preisfunktion der Nachfrage p_N gilt:

$$p_N(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + 30$$

x ... nachgefragte Menge in Stück

$p_N(x)$... Preis bei der nachgefragten Menge x in Euro pro Stück

1) Berechnen Sie die Koeffizienten a und b .

[0/1 P.]

2) Berechnen Sie die Nachfrage bei einem Preis von 24 Euro pro Stück.

[0/1 P.]

Möglicher Lösungsweg

$$\text{a1) } \mathbf{R} = \begin{pmatrix} 30 & 40 & 50 \\ 5 & 20 & 0 \\ 5 & 10 & 10 \\ 5 & 0 & 20 \end{pmatrix}$$

$$\text{a2) } \mathbf{V} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{P} = \begin{pmatrix} 240 & 520 & 660 \\ 50 & 90 & 130 \\ 50 & 110 & 130 \\ 50 & 130 & 130 \end{pmatrix}$$

a3) Man benötigt 110 g Nüsse (R_3) für die Herstellung einer 12er-Packung (E_2).

$$\text{a4) } 240 \cdot 50 + 520 \cdot 30 + 660 \cdot 20 = 40\,800$$

Es werden 40,8 kg Haferflocken benötigt. Der Mengenbedarf an Haferflocken für die Herstellung der Müsliriegel ist somit nicht gedeckt.

a1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Matrix $\mathbf{R}$.

a2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Matrix $\mathbf{V}$.

a3) Ein Punkt für das richtige Interpretieren des Elements v_{32} im gegebenen Sachzusammenhang.

a4) Ein Punkt für das richtige nachweisliche Überprüfen.

$$\text{b1) } 2 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 = 540$$

$$2 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 6 \cdot x_3 = 1\,220$$

$$10 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 = 1\,380$$

b2)

$\vec{x} = (\mathbf{P}^T)^{-1} \cdot \vec{m}$	☒

b1) Ein Punkt für das richtige Erstellen des Gleichungssystems.

b2) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

c1) $p_N(180) = 0$
 $p_N(80) = 10$

oder:

$$a \cdot 180^2 + b \cdot 180 + 30 = 0$$

$$a \cdot 80^2 + b \cdot 80 + 30 = 10$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$a = \frac{1}{1200} = 0,0008\dot{3}$$

$$b = -\frac{19}{60} = -0,31\dot{6}$$

c2) $p_N(x) = 24$ oder $\frac{1}{1200} \cdot x^2 - \frac{19}{60} \cdot x + 30 = 24$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$x_1 = 20 \quad (x_2 = 360)$$

Bei einem Preis von 24 Euro pro Stück werden 20 Stück nachgefragt.

c1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Koeffizienten a und b .

c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der nachgefragten Menge.