

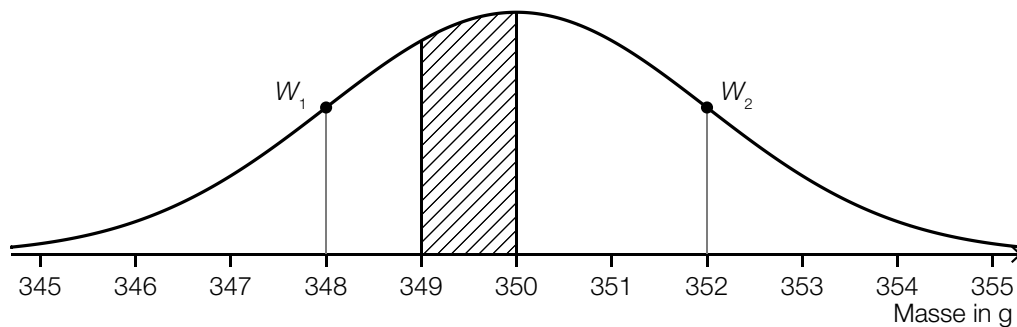
Fischzucht

- a) Forellen sind als Speisefische sehr beliebt.

Die Masse einer Forelle, wie sie in einer bestimmten Fischhandlung verkauft wird, kann als annähernd normalverteilt angenommen werden.

Im Rahmen der regelmäßigen Qualitätskontrollen werden Stichproben vom Umfang $n = 9$ entnommen.

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der Dichtefunktion der Stichprobenmittelpunkte.



$W_1, W_2 \dots$ Wendepunkte der Dichtefunktion

- 1) Ermitteln Sie die durch die schraffierte Fläche dargestellte Wahrscheinlichkeit. [0/1 P.]

Die Standardabweichung σ der Grundgesamtheit unterscheidet sich von der Standardabweichung der Stichprobenmittelpunkte.

- 2) Ermitteln Sie die Standardabweichung σ der Grundgesamtheit. [0/1 P.]

- b) Auch Saiblinge sind als Speisefische sehr beliebt.

Die Masse eines Saiblings, wie er in einer bestimmten Fischhandlung verkauft wird, kann als annähernd normalverteilt angenommen werden.

Bei einer Stichprobe vom Umfang $n = 9$ wurden der Stichprobenmittelpunkt $\bar{x} = 299$ g und die Stichprobenstandardabweichung $s_{n-1} = 6,3$ g ermittelt.

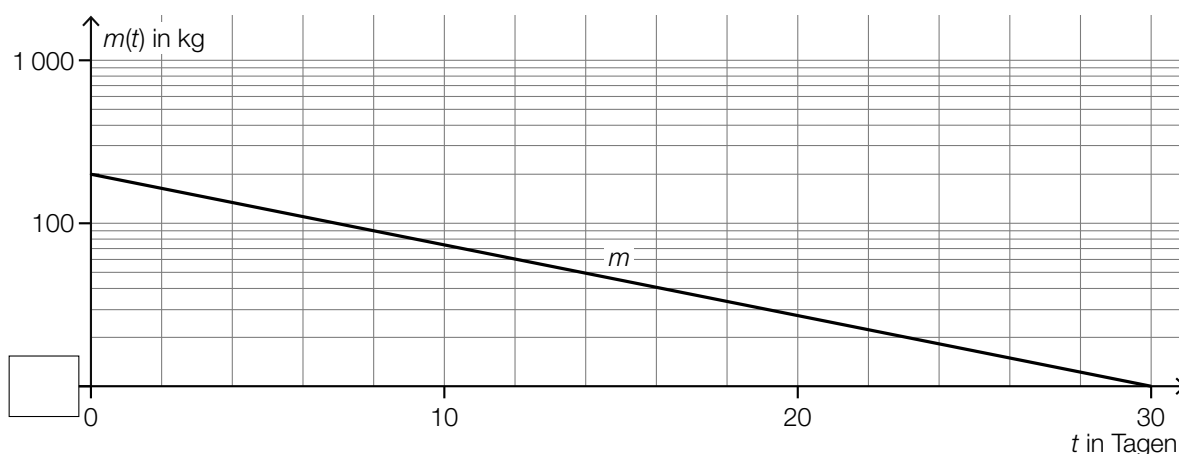
- 1) Ermitteln Sie den zweiseitigen 90-%-Vertrauensbereich für den Erwartungswert μ dieser Normalverteilung. [0/1 P.]

- c) Die Gesamtmasse der Fische in einem bestimmten Fischteich sinkt infolge einer Hitzewelle. Die Gesamtmasse der Fische in diesem Teich kann in Abhängigkeit von der Zeit t durch die Funktion m beschrieben werden.

t ... Zeit in Tagen mit $0 \leq t \leq 30$

$m(t)$... Gesamtmasse der Fische zur Zeit t in kg

Im nachstehenden ordinatenlogarithmischen Koordinatensystem ist der Graph der Funktion m dargestellt.



- 1) Tragen Sie im obigen Koordinatensystem die fehlende Zahl in das dafür vorgesehene Kästchen ein. [0/1 P.]

Im obigen Koordinatensystem ist der Graph von m eine Gerade.

- 2) Kreuzen Sie die zutreffende Funktionsgleichung von m an ($a > 0, b > 0$). [1 aus 5] [0/1 P.]

$m(t) = a \cdot \lg(t) + b$	☐
$m(t) = -a \cdot t + b$	☐
$m(t) = a \cdot t^b$	☐
$m(t) = a \cdot b^t$	☐
$m(t) = a \cdot t + b$	☐

- 3) Berechnen Sie die Parameter a und b der Funktion m . [0/1 P.]

- d) Die maximale Anzahl der Fische, die in einem bestimmten Teich leben können, beträgt G .
Die Anzahl der Fische zur Zeit t kann näherungsweise durch eine Funktion f beschrieben werden.

Die momentane Änderungsrate der Anzahl der Fische ist proportional zur Differenz zwischen der maximalen Anzahl der Fische G und der Anzahl der vorhandenen Fische f .

- 1) Stellen Sie die zugehörige Differenzialgleichung für f auf. Bezeichnen Sie dabei den Proportionalitätsfaktor mit k . [0/1 P.]

Eine Lösung dieser Differenzialgleichung für eine bestimmte Anfangsbedingung lautet:

$$f(t) = 1\,000 - 900 \cdot e^{-k \cdot t} \quad \text{mit } t \geq 0$$

t ... Zeit in Tagen

$f(t)$... Anzahl der Fische zur Zeit t

- 2) Geben Sie die zugehörige Anfangsbedingung für $t = 0$ an. [0/1 P.]
- 3) Begründen Sie anhand der oben angegebenen Funktionsgleichung, warum die Anzahl der Fische für $t \rightarrow \infty$ asymptotisch gegen 1 000 geht. [0/1 P.]

Möglicher Lösungsweg

a1) Ablesen von $\sigma_{\bar{x}}$ und $\mu_{\bar{x}}$ aus der Abbildung:

$$\sigma_{\bar{x}} = 2$$

$$\mu_{\bar{x}} = 350$$

$$P(349 \leq X \leq 350) = 0,1914...$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 19,1 %.

a2) $2 = \frac{\sigma}{\sqrt{9}}$

$$\sigma = 6$$

a1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Wahrscheinlichkeit.

a2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Standardabweichung σ der Grundgesamtheit.

b1) Berechnung des 90-%-Vertrauensbereichs $[\mu_u; \mu_o]$ mithilfe der t -Verteilung:

$$\mu_u = 299 - t_{8;0,95} \cdot \frac{6,3}{\sqrt{9}} = 295,094...$$

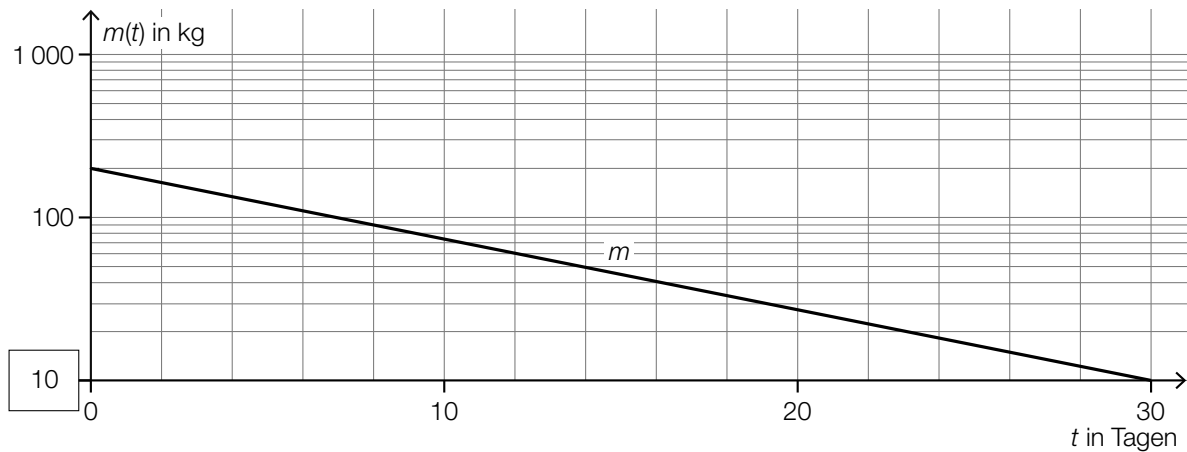
$$\mu_o = 299 + t_{8;0,95} \cdot \frac{6,3}{\sqrt{9}} = 302,905...$$

$$t_{8;0,95} = 1,859...$$

Daraus ergibt sich folgender Vertrauensbereich in g: [295,094...; 302,905...]

b1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des zweiseitigen 90-%-Vertrauensbereichs.

c1)



c2)

$m(t) = a \cdot b^t$	☒

c3) $m(0) = 200$

$$a = 200$$

$$m(30) = 10 \quad \text{oder} \quad 200 \cdot b^{30} = 10$$

$$b = \sqrt[30]{\frac{1}{20}} = 0,9049\dots$$

Bei Verwendung anderer Punkte sind geringe Abweichungen möglich.

c1) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Zahl.

c2) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

c3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Parameter a und b .

d1) $\frac{df}{dt} = k \cdot (G - f)$

d2) $f(0) = 100$

d3) Für $t \rightarrow \infty$ geht $e^{-k \cdot t}$ gegen 0, und damit geht $1000 - 900 \cdot e^{-k \cdot t}$ gegen 1000.

d1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Differenzialgleichung.

d2) Ein Punkt für das Angeben der richtigen Anfangsbedingung.

d3) Ein Punkt für das richtige Begründen.