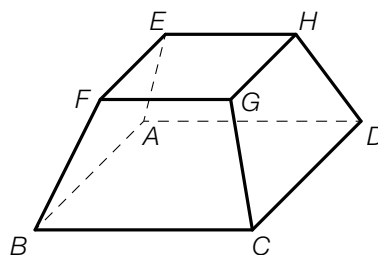


Grundstücke und Gebäude

a) In der nachstehenden Abbildung ist ein Betonsockel modellhaft dargestellt.



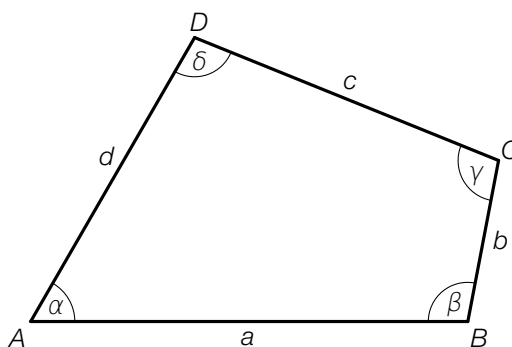
Bei der Darstellung des Modells in einem Koordinatensystem werden folgende Punkte verwendet:

$$B = (12|6|2), \quad C = (2|26|2), \quad D = (-10|20|0), \\ E = (-1,5|5,5|15,5), \quad F = (4,5|8,5|16,5), \quad G = (-0,5|18,5|16,5)$$

Die Grundfläche $ABCD$ ist rechteckig.

- 1) Weisen Sie nach, dass die Kante BC parallel zur Kante FG ist. [0/1 P.]
- 2) Zeigen Sie, dass das Viereck $EFGH$ im Punkt F einen rechten Winkel hat. [0/1 P.]
- 3) Berechnen Sie denjenigen Winkel, den die Kante BF mit der Diagonalen BD einschließt. [0/1 P.]

b) Die nachstehende Abbildung zeigt die Skizze eines Baugrundstücks.



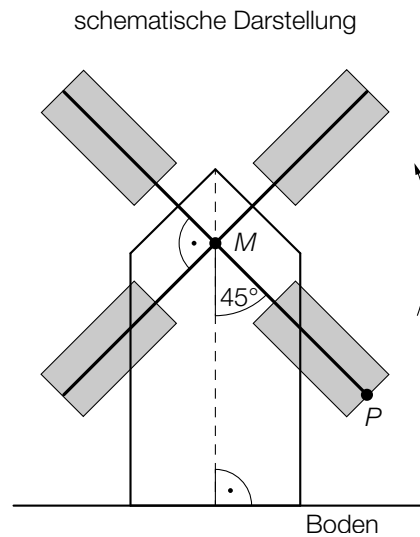
- 1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts F des skizzierten Baugrundstücks auf.

$$F = \underline{\hspace{10cm}} \quad [0/1 P.]$$

- 2) Berechnen Sie die Länge der Diagonalen BD für $a = 40 \text{ m}$, $d = 30 \text{ m}$ und $\alpha = 60^\circ$.

[0/1 P.]

c) Die nachstehenden Abbildungen zeigen die Windmühle Ooppelhain in Deutschland.



Bildquelle: Edweisch – own work, public domain, <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/0f/BockwindmühleOoppelhain.jpg> [21.11.2018].

Der Drehpunkt M der Flügel befindet sich 13 m über dem Boden.
Die Länge eines Flügels (Strecke MP) beträgt 10,62 m.

1) Berechnen Sie die Höhe des Punktes P über dem Boden.

[0/1 P.]

Die Flügel drehen sich mit konstanter Geschwindigkeit gegen den Uhrzeigersinn und benötigen für eine volle Umdrehung 10 s. Die obige schematische Darstellung zeigt die Flügelstellung zum Zeitpunkt $t = 0$. Die Höhe des Punktes P über dem Boden kann durch eine Funktion h in Abhängigkeit von der Zeit t beschrieben werden.

$$h(t) = a \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) + c$$

t ... Zeit in s

$h(t)$... Höhe des Punktes P über dem Boden zur Zeit t in m

2) Geben Sie die Parameter a und c der Funktion h an.

$$a = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$c = \underline{\hspace{2cm}}$$

[0/1 P.]

3) Geben Sie die Parameter ω und φ der Funktion h an.

$$\omega = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\varphi = \underline{\hspace{2cm}}$$

[0/1 P.]

Möglicher Lösungsweg

$$\text{a1) } \vec{FG} = \begin{pmatrix} -5 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{BC} = \begin{pmatrix} -10 \\ 20 \\ 0 \end{pmatrix} = 2 \cdot \vec{FG} \quad \text{Die beiden Kanten sind daher parallel.}$$

$$\text{a2) } \vec{EF} \cdot \vec{FG} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix} = 6 \cdot (-5) + 3 \cdot 10 + 1 \cdot 0 = 0$$

Das Viereck $EFGH$ hat daher im Punkt F einen rechten Winkel.

$$\text{a3) } \vec{BF} = \begin{pmatrix} -7,5 \\ 2,5 \\ 14,5 \end{pmatrix}; \vec{BD} = \begin{pmatrix} -22 \\ 14 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{|\vec{BF} \cdot \vec{BD}|}{|\vec{BF}| \cdot |\vec{BD}|}\right) = 66,67...^\circ$$

a1) Ein Punkt für das richtige Nachweisen der Parallelität.

a2) Ein Punkt für das richtige Zeigen, dass im Punkt F ein rechter Winkel vorliegt.

a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Winkels.

$$\text{b1) } F = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin(\beta) + \frac{1}{2} \cdot c \cdot d \cdot \sin(\delta)$$

oder:

$$F = \frac{1}{2} \cdot a \cdot d \cdot \sin(\alpha) + \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin(\gamma)$$

$$\text{b2) } \overline{BD} = \sqrt{a^2 + d^2 - 2 \cdot a \cdot d \cdot \cos(\alpha)} = \sqrt{40^2 + 30^2 - 2 \cdot 40 \cdot 30 \cdot \cos(60^\circ)} = 36,0...$$

Die Länge der Diagonalen BD beträgt rund 36 m.

b1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.

b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Länge der Diagonalen BD .

c1) $\cos(45^\circ) = \frac{13 - h_P}{10,62}$
 $h_P = 5,49... \text{ m}$

Der Punkt P befindet sich rund 5,5 m über dem Boden.

c2) $a = 10,62$
 $c = 13$

c3) $\omega = \frac{\pi}{5}$
 $\varphi = -\frac{\pi}{4}$ oder $\varphi = -\frac{\pi}{4} + 2 \cdot k \cdot \pi$ mit $k \in \mathbb{Z}$

c1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Höhe des Punktes P über dem Boden.

c2) Ein Punkt für das Angeben der richtigen Werte der Parameter a und c .

c3) Ein Punkt für das Angeben der richtigen Werte der Parameter ω und φ .