

Körpermaße (2)

- a) In einer Schule werden die Oberarmlängen von Mädchen und Burschen einer bestimmten Altersgruppe erhoben.

Die Daten einer Stichprobe von 6 Mädchen sind in der nachstehenden Tabelle angegeben.

Oberarmlänge in cm	35,8	36,9	37,6	37,8	36,0	37,0
--------------------	------	------	------	------	------	------

- 1) Berechnen Sie den Stichprobenmittelwert $\bar{x}$ und die Stichprobenstandardabweichung s_{n-1} für die Oberarmlänge der Mädchen dieser Stichprobe. [0/1 P.]

Die Oberarmlänge von Burschen dieser Altersgruppe kann als annähernd normalverteilt angenommen werden. Aus einer Stichprobe von 9 Burschen werden für die Oberarmlänge der Stichprobenmittelwert $\bar{x} = 34,7$ cm und die Stichprobenstandardabweichung $s_{n-1} = 0,4$ cm ermittelt.

- 2) Ermitteln Sie den zweiseitigen 95-%-Vertrauensbereich für den Erwartungswert der Oberarmlänge von Burschen dieser Altersgruppe. [0/1 P.]

- b) Von 9 zufällig ausgewählten Mädchen einer anderen Altersgruppe wurden die Oberarmlänge und die Körpergröße gemessen:

Körpergröße in cm	165	164	166	159	163	170	158	168	172
Oberarmlänge in cm	34,5	34,7	34,6	34,0	34,5	35,0	33,8	34,9	34,9

Die Oberarmlänge soll in Abhängigkeit von der Körpergröße näherungsweise durch die lineare Funktion g beschrieben werden.

- 1) Stellen Sie mithilfe der Regressionsrechnung eine Gleichung der linearen Funktion g auf. [0/1 P.]
- 2) Beurteilen Sie mithilfe des Korrelationskoeffizienten, ob die lineare Funktion g ein geeignetes Modell zur Beschreibung dieser Abhängigkeit ist. [0/1 P.]
- 3) Interpretieren Sie den Wert der Steigung der linearen Funktion g im gegebenen Sachzusammenhang. [0/1 P.]

- c) Der Median des Körperfettanteils von Burschen ist altersabhängig (siehe nachstehende Tabelle).

Alter in Jahren	10	12	14	16
Median des Körperfettanteils in Prozent	18,9	17,8	14,1	15,7

Der Median des Körperfettanteils kann in Abhängigkeit vom Alter t durch die Polynomfunktion 3. Grades f mit $f(t) = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d$ modelliert werden.

- 1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von f . [0/1 P.]
- 2) Berechnen Sie diese Koeffizienten. [0/1 P.]

Eine Polynomfunktion 3. Grades h mit $h(x) = a_1 \cdot x^3 + b_1 \cdot x^2 + c_1 \cdot x + d_1$ hat 2 lokale Extremstellen.

- 3) Geben Sie an, welches Vorzeichen die Diskriminante der Gleichung $h'(x) = 0$ haben muss. Begründen Sie Ihre Entscheidung. [0/1 P.]

Möglicher Lösungsweg

a1) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$\bar{x} = 36,85 \text{ cm}$$

$$s_{n-1} = 0,814... \text{ cm}$$

a2) zweiseitigen 95-%-Vertrauensbereich mithilfe der t -Verteilung bestimmen:

$$\bar{x} \pm t_{f, 1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}}$$

$$n = 9 \Rightarrow f = 8$$

$$t_{8;0,975} = 2,306...$$

Daraus ergibt sich folgender Vertrauensbereich für μ in cm: $34,39... \leq \mu \leq 35,00...$

a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Stichprobenmittelwerts und der Stichprobenstandardabweichung.

a2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Vertrauensbereichs.

b1) $g(x) = 0,082 \cdot x + 20,98$ (Koeffizienten gerundet)

x ... Körpergröße in cm

$g(x)$... Oberarmlänge bei der Körpergröße x in cm

b2) Da der Korrelationskoeffizient $r = 0,935...$ nahe bei 1 liegt, kann ein starker positiver linearer Zusammenhang zwischen der Körpergröße und der Oberarmlänge bei Mädchen dieser Altersgruppe vermutet werden.

b3) Nimmt die Körpergröße um 1 cm zu, so nimmt die Oberarmlänge gemäß diesem Modell um 0,082 cm zu.

b1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der linearen Regressionsfunktion.

b2) Ein Punkt für das richtige Beurteilen mithilfe des Korrelationskoeffizienten.

b3) Ein Punkt für das richtige Interpretieren des Wertes der Steigung im gegebenen Sachzusammenhang.

- c1) I: $f(10) = 18,9$
II: $f(12) = 17,8$
III: $f(14) = 14,1$
IV: $f(16) = 15,7$

oder:

- I: $a \cdot 10^3 + b \cdot 10^2 + c \cdot 10 + d = 18,9$
II: $a \cdot 12^3 + b \cdot 12^2 + c \cdot 12 + d = 17,8$
III: $a \cdot 14^3 + b \cdot 14^2 + c \cdot 14 + d = 14,1$
IV: $a \cdot 16^3 + b \cdot 16^2 + c \cdot 16 + d = 15,7$

- c2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$a = \frac{79}{480} = 0,1645\dots$$

$$b = -\frac{25}{4} = -6,25$$

$$c = \frac{1849}{24} = 77,04\dots$$

$$d = -\frac{2911}{10} = -291,1$$

- c3) Das Vorzeichen der Diskriminante ist positiv, weil die quadratische Funktion h' zwei Nullstellen hat.

- c1) Ein Punkt für das richtige Erstellen des Gleichungssystems.
c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Koeffizienten.
c3) Ein Punkt für das richtige Angeben und Begründen.