

Tunnelvortrieb*

Aufgabennummer: B_521

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Für eine Eisenbahnstrecke wird ein Tunnel gegraben.

- a) In der nebenstehenden Abbildung 1 ist ein Bagger für den Tunnelbau dargestellt.

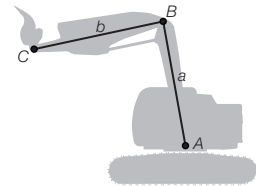


Abbildung 1

In der nachstehenden Abbildung 2 ist eine bestimmte Baggerposition dargestellt.

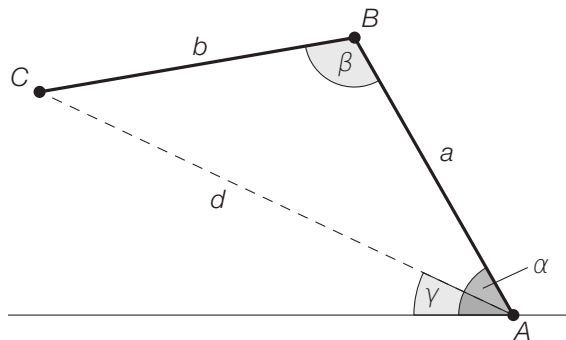


Abbildung 2

- 1) Veranschaulichen Sie in Abbildung 2 diejenige Länge s , die durch den nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$$s = a \cdot \cos(\alpha)$$

Es gilt:

$$a = 4,65 \text{ m}$$

$$b = 4,50 \text{ m}$$

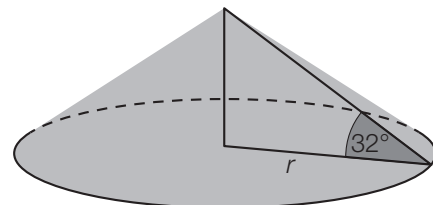
$$\beta = 110^\circ$$

- 2) Berechnen Sie die Länge d .

3) Kreuzen Sie die richtige Formel zur Berechnung des Winkels γ an. [1 aus 5]

$\gamma = \alpha - \arccos\left(\frac{a}{d}\right)$	☐
$\gamma = \alpha - \arcsin\left(\frac{b \cdot \sin(\beta)}{d}\right)$	☐
$\gamma = \arcsin\left(\frac{a \cdot \sin(\alpha)}{d}\right)$	☐
$\gamma = \alpha - \left(\frac{180^\circ - \beta}{2}\right)$	☐
$\gamma = \arccos\left(\frac{b^2 + d^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot d}\right)$	☐

b) Ein Teil des anfallenden Materials wird aufgeschüttet. Der dabei entstehende Schüttkegel hat einen Neigungswinkel von 32° (siehe nachstehende Abbildungen).



Bildquelle: Anton, CC BY-SA 3.0, <https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Schuettwinkelrp.jpg> [06.04.2021] (adaptiert).

1) Berechnen Sie den Radius r eines solchen Schüttkegels mit einem Volumen von 200 m^3 .

- c) Beim Ausbau des Tunnels werden vorgefertigte Betonelemente eingesetzt. Die Breite dieser Betonelemente ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 5$ m und der Standardabweichung $\sigma = 0,005$ m.

Zur Qualitätssicherung werden Zufallsstichproben mit dem Stichprobenumfang $n = 10$ entnommen und die Stichprobenmittelwerte der Breiten ermittelt.

- 1) Geben Sie den Erwartungswert $\mu_{\bar{x}}$ und die Standardabweichung $\sigma_{\bar{x}}$ für die Verteilung dieser Stichprobenmittelwerte an.

$$\mu_{\bar{x}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$$

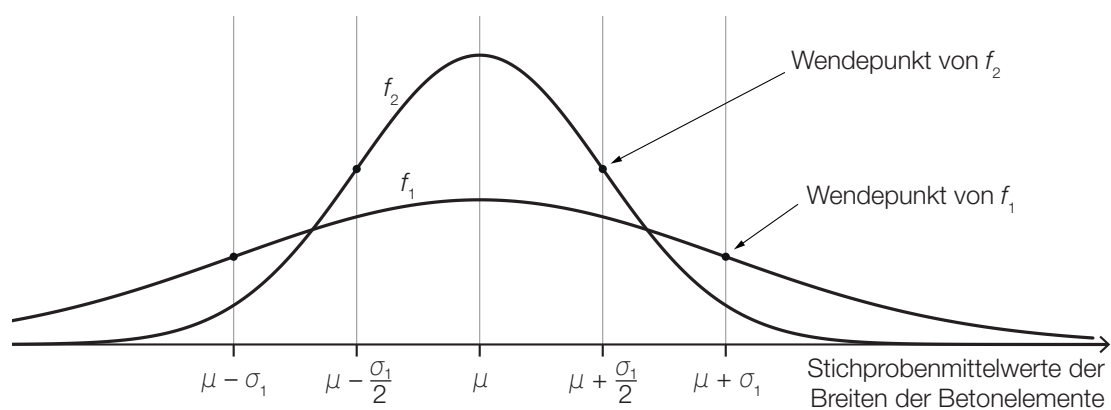
$$\sigma_{\bar{x}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$$

- 2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass diese Stichprobenmittelwerte zwischen 4,996 m und 5,004 m liegen.

f_1 ist die Dichtefunktion für die Verteilung der Stichprobenmittelwerte mit dem Stichprobenumfang $n_1 = 6$.

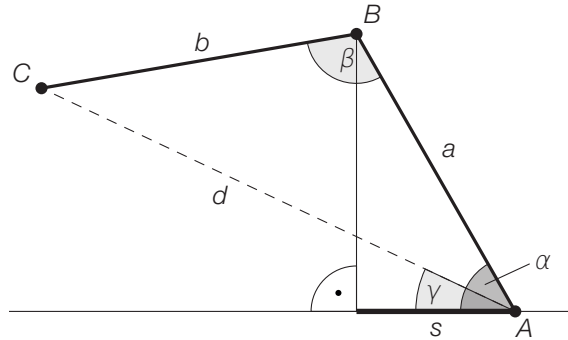
f_2 ist die Dichtefunktion für die Verteilung der Stichprobenmittelwerte mit dem Stichprobenumfang n_2 .

- 3) Ermitteln Sie mithilfe der nachstehenden Abbildung den Stichprobenumfang n_2 .



Möglicher Lösungsweg

a1)



$$a2) \quad d = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\beta)}$$

$$d = 7,495... \text{ m}$$

a3)

$\gamma = \alpha - \arcsin\left(\frac{b \cdot \sin(\beta)}{d}\right)$	☒

$$b1) \quad V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$\tan(32^\circ) = \frac{h}{r} \Rightarrow h = r \cdot \tan(32^\circ)$$

$$200 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot r \cdot \tan(32^\circ)$$

$$r = 6,73... \text{ m}$$

c1) $\mu_{\bar{x}} = 5 \text{ m}$
 $\sigma_{\bar{x}} = \frac{0,005}{\sqrt{10}} \text{ m} = 0,00158... \text{ m}$

c2) $\bar{X}$... Stichprobenmittelwerte der Breite für $n = 10$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$P(4,996 \leq \bar{X} \leq 5,004) = 0,9885...$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 98,9 %.

c3) $\sigma_2 = \frac{\sigma_1}{2} \Rightarrow n_2 = 4 \cdot 6 = 24$

Lösungsschlüssel

- a1) Ein Punkt für das richtige Veranschaulichen der Länge s .
- a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Länge d .
- a3) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.
- b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Radius r .
- c1) Ein Punkt für das Angeben des richtigen Erwartungswerts und der richtigen Standardabweichung.
- c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit.
- c3) Ein Punkt für das richtige Ermitteln von n_2 .