

Kartenhaus*

Aufgabennummer: B_520

Technologieeinsatz:

möglich ☒

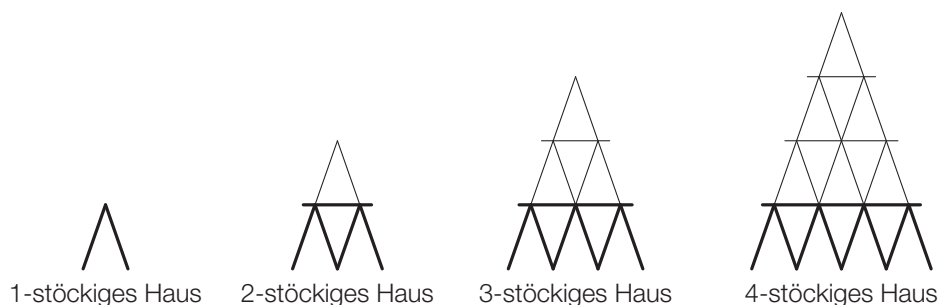
erforderlich ☐

Aus Spielkarten kann man ein Kartenhaus bauen
(siehe nebenstehendes Foto).



Bildquelle: <https://pixabay.com/de/kartenhaus-zerbrechlich-geduld-763246/> [02.10.2019].

In der nachstehenden Abbildung sind Kartenhäuser, die aus einer unterschiedlichen Anzahl von Stockwerken bestehen, in der Ansicht von vorne skizziert.



- a) Die nachstehende Tabelle gibt an, wie viele Karten für ein n -stöckiges Kartenhaus insgesamt benötigt werden und wie viele davon für das unterste Stockwerk benötigt werden.

Anzahl der Stockwerke n	insgesamt benötigte Karten	Karten für das unterste Stockwerk
1	2	2
2	7	5
3	15	8
4	26	11
5		

- 1) Tragen Sie in der obigen Tabelle die beiden fehlenden Zahlen in die grau markierten Zellen ein.

Die Anzahl der Karten für das unterste Stockwerk kann durch die arithmetische Folge z_n beschrieben werden.

2) Erstellen Sie ein explizites Bildungsgesetz für die arithmetische Folge z_n .

Maria hat ein 24-stöckiges Kartenhaus errichtet und möchte es nun zu einem 25-stöckigen Kartenhaus erweitern.

3) Ermitteln Sie die Anzahl der zusätzlichen Karten, die Maria dafür benötigt.

b) Die Gesamtanzahl s_n der Karten für ein n -stöckiges Kartenhaus kann mit der nachstehenden Formel ermittelt werden.

$$s_n = 3 \cdot \frac{n \cdot (n + 1)}{2} - n$$

1) Berechnen Sie die Gesamtanzahl der Karten, die für ein 50-stöckiges Kartenhaus benötigt werden.

Alexander hat 3 vollständige Kartensets zu je 32 Karten zur Verfügung und möchte ein Kartenhaus mit möglichst vielen Stockwerken bauen.

2) Berechnen Sie die Anzahl der Stockwerke, die Alexanders Kartenhaus höchstens haben kann.

c) Bei einem Glücksspiel wird ein Kartenspiel mit 32 Karten verwendet, das genau 4 Asses enthält. Bryan zieht zufällig und ohne hinzusehen 1 Karte. Ist die gezogene Karte ein Ass, so gewinnt er € 20. Ist die gezogene Karte kein Ass, so verliert er € 5.

Die Zufallsvariable X gibt den Gewinn bei diesem Spiel in € an.

1) Erstellen Sie eine Wertetabelle für die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X .

2) Berechnen Sie den Erwartungswert von X .

Möglicher Lösungsweg

a1)

Anzahl der Stockwerke n	insgesamt benötigte Karten	Karten für das unterste Stockwerk
5	40	14

a2) $z_n = 2 + (n - 1) \cdot 3$

oder:

$z_n = 3 \cdot n - 1$

a3) $z_{25} = 74$

Um ein 25-stöckiges Kartenhaus zu errichten, benötigt Maria 74 zusätzliche Karten.

b1) $s_{50} = 3 \cdot \frac{50 \cdot 51}{2} - 50 = 3775$

Für ein 50-stöckiges Kartenhaus werden insgesamt 3775 Karten benötigt.

b2) $3 \cdot 32 = 96$

$96 = 3 \cdot \frac{n \cdot (n + 1)}{2} - n$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$(n_1 = -8,16...); \quad n_2 = 7,83...$

Alexanders Kartenhaus kann höchstens 7 Stockwerke haben.

c1)

x_i	-5	20
$P(X = x_i)$	$\frac{7}{8}$	$\frac{1}{8}$

c2) $E(X) = -5 \cdot \frac{7}{8} + 20 \cdot \frac{1}{8} = -\frac{15}{8} = -1,875$

Lösungsschlüssel

- a1) Ein Punkt für das Eintragen der beiden richtigen Zahlen.
- a2) Ein Punkt für das richtige Erstellen des expliziten Bildungsgesetzes.
- a3) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Anzahl der zusätzlich benötigten Karten.
- b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Gesamtanzahl der Karten.
- b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Anzahl der Stockwerke.
- c1) Ein Punkt für das richtige Erstellen der Wertetabelle.
- c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Erwartungswerts.