

Grundstücke*

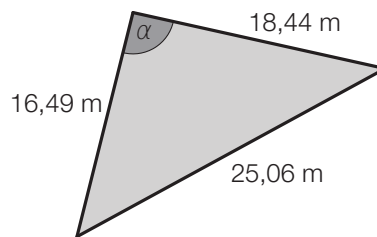
Aufgabennummer: B_518

Technologieeinsatz:

möglich ☐

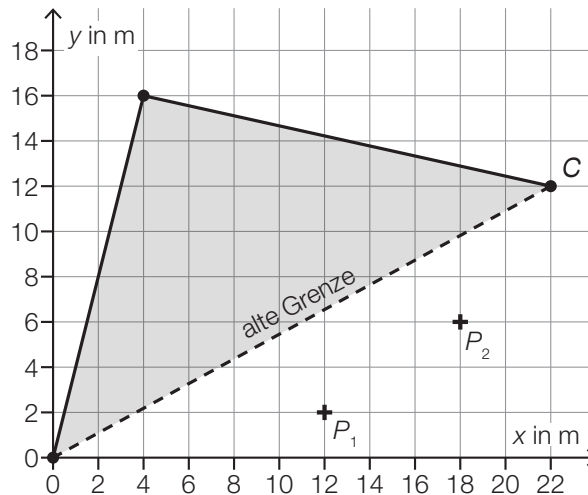
erforderlich ☒

a) In der nachstehenden Abbildung ist ein dreieckiges Grundstück dargestellt.



- 1) Begründen Sie mithilfe der gegebenen Seitenlängen, warum der Winkel α der größte Winkel des Dreiecks ist.
- 2) Zeigen Sie mithilfe des Satzes von Pythagoras, dass α kein rechter Winkel ist.
- 3) Berechnen Sie den Winkel α .
- 4) Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Grundstücks.

- b) Ein anderes dreieckiges Grundstück wird erweitert.
Die neue Grenze soll nun nicht mehr direkt vom Koordinatenursprung zum Punkt C verlaufen, sondern über die beiden markierten Punkte P_1 und P_2 (siehe nachstehende Abbildung).



Der Verlauf dieser neuen Grenze soll durch den Graphen einer Polynomfunktion f mit $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ beschrieben werden.

- 1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von f .
- 2) Berechnen Sie die Koeffizienten von f .
- 3) Berechnen Sie, um wie viele Quadratmeter der Flächeninhalt des Grundstücks durch die Erweiterung zunimmt.

Möglicher Lösungsweg

a1) Da der Winkel α der längsten Seite des Dreiecks gegenüberliegt, ist er der größte Winkel des Dreiecks.

a2) Wäre α ein rechter Winkel, dann müsste der Satz des Pythagoras gelten:

$$16,49^2 + 18,44^2 = 611,9537$$

$$25,06^2 = 628,0036$$

$$611,9537 \neq 628,0036$$

Daher ist α kein rechter Winkel.

a3) $25,06^2 = 18,44^2 + 16,49^2 - 2 \cdot 18,44 \cdot 16,49 \cdot \cos(\alpha)$

$$\alpha = 91,51...^\circ$$

a4) $A = \frac{18,44 \cdot 16,49}{2} \cdot \sin(\alpha) = 151,984...$

Der Flächeninhalt dieses Grundstücks beträgt rund 151,98 m².

b1) I: $f(0) = 0$

II: $f(12) = 2$

III: $f(18) = 6$

IV: $f(22) = 12$

oder:

I: $a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 0$

II: $a \cdot 12^3 + b \cdot 12^2 + c \cdot 12 + d = 2$

III: $a \cdot 18^3 + b \cdot 18^2 + c \cdot 18 + d = 6$

IV: $a \cdot 22^3 + b \cdot 22^2 + c \cdot 22 + d = 12$

b2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$a = \frac{1}{396} = 0,00252...$$

$$b = -\frac{19}{396} = -0,0479...$$

$$c = \frac{25}{66} = 0,378...$$

$$d = 0$$

b3) $A = \frac{22 \cdot 12}{2} - \int_0^{22} f(x) dx = 62,7...$

Der Flächeninhalt des Grundstücks nimmt durch die Erweiterung um rund 63 m² zu.

Lösungsschlüssel

- a1) Ein Punkt für das richtige Begründen.
- a2) Ein Punkt für das richtige Zeigen.
- a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Winkels α .
- a4) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Flächeninhalts.
- b1) Ein Punkt für das richtige Erstellen des Gleichungssystems.
- b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Koeffizienten von f .
- b3) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Flächeninhalts.