

Handyproduktion*

Aufgabennummer: B_517

Technologieeinsatz:

möglich ☒

erforderlich ☐

Ein Unternehmen produziert die zwei Handymodelle H_1 und H_2 .
Dabei werden die beiden Mikrochip-Sorten M_1 und M_2 benötigt.
Für die Produktion der Mikrochips werden unter anderem die Rohstoffe Silicium (R_1) und Kupfer (R_2) benötigt.

Die nachstehende Tabelle, die der Matrix $\mathbf{R}$ entspricht, beschreibt den Mengenbedarf an Rohstoffen (in ME) für die Herstellung je eines Stücks der beiden Mikrochip-Sorten.

	M_1	M_2
R_1	5	7
R_2	1	2

Die nachstehende Tabelle, die der Matrix $\mathbf{S}$ entspricht, beschreibt den Mengenbedarf an Mikrochips (in Stück) für die Herstellung je eines Stücks der beiden Handymodelle.

	H_1	H_2
M_1	5	1
M_2	0	4

- a) 1) Ermitteln Sie diejenige Matrix $\mathbf{A}$, die den Mengenbedarf an Rohstoffen für die Herstellung je eines Stücks der beiden Handymodelle beschreibt.

Bei einer bestimmten Produktionsvariante wird die Matrix $\mathbf{S}$ durch eine Matrix $\mathbf{S}_1 = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ x & 4 \end{pmatrix}$ so ersetzt, dass sich anstelle von $\mathbf{A}$ die neue Matrix $\begin{pmatrix} 46 & 33 \\ 11 & 9 \end{pmatrix}$ ergibt.

- 2) Ermitteln Sie x .

- b) Die Anzahlen der täglich produzierten Handys der Handymodelle H_1 und H_2 können durch den Vektor $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ dargestellt werden.

Die Preise pro ME für die Rohstoffe R_1 und R_2 können durch den Vektor $\vec{p} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$ dargestellt werden.

- 1) Beschreiben Sie, was durch den Ausdruck $\mathbf{S} \cdot \vec{x}$ im gegebenen Sachzusammenhang berechnet wird.
- 2) Ermitteln Sie die Zeilen- und die Spaltenanzahl der Matrix $\vec{p}^T \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{S} \cdot \vec{x}$.

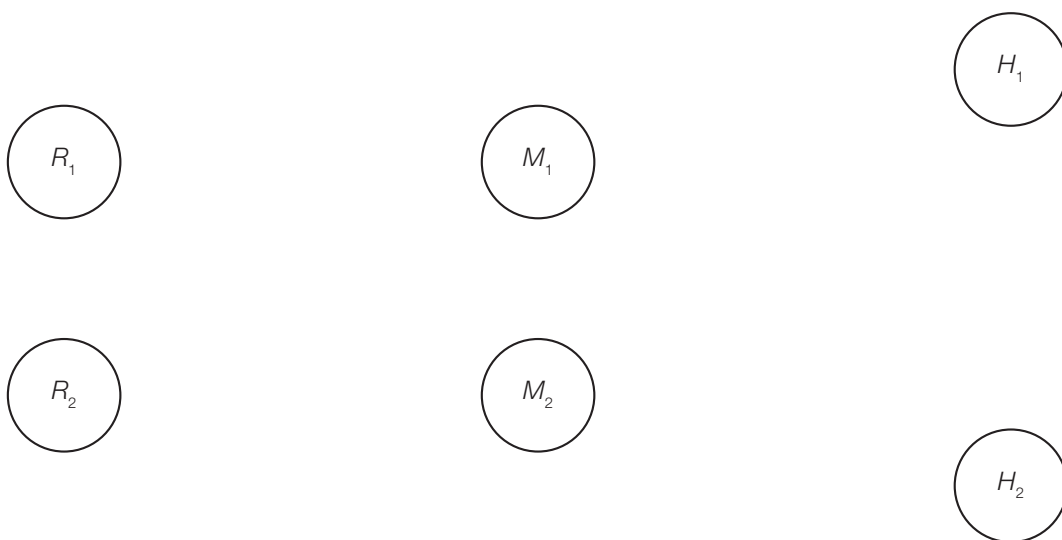
Zeilenanzahl: _____

Spaltenanzahl: _____

- c) Der Prozess der Handyproduktion wird geändert. Die neue Verflechtung zwischen den Rohstoffen, den Mikrochips und den Handymodellen kann durch die nachstehende Tabelle beschrieben werden.

	R_1	R_2	M_1	M_2	H_1	H_2
R_1	0	0	5	7	6	0
R_2	0	0	1	2	0	0
M_1	0	0	0	0	5	1
M_2	0	0	0	0	0	4
H_1	0	0	0	0	0	0
H_2	0	0	0	0	0	0

- 1) Vervollständigen Sie den nachstehenden Gozinto-Graphen so, dass er den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt.



Die tägliche Nachfrage nach den Rohstoffen R_1 und R_2 , den Mikrochips M_1 und M_2 sowie den Handymodellen H_1 und H_2 kann durch den Vektor $\vec{n}$ beschrieben werden:

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2000 \\ 1000 \\ 500 \\ 700 \end{pmatrix}$$

- 2) Lesen Sie die Anzahl der insgesamt täglich nachgefragten Mikrochips ab.

- d) Die häufigsten Fehler, die bei den Handymodellen H_1 und H_2 auftreten, sind Displayfehler und Akkufehler.

Die Wahrscheinlichkeiten, mit denen diese beiden Fehler auftreten, sind in der nachstehenden Vierfeldertafel dargestellt.

	Displayfehler	kein Displayfehler	Summe
Akkufehler	0,01	0,02	0,03
kein Akkufehler	0,01	0,96	0,97
Summe	0,02	0,98	1,00

- 1) Beschreiben Sie ein Ereignis im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$$1 - 0,96 = 0,04$$

- 2) Überprüfen Sie nachweislich, ob die beiden Ereignisse „Displayfehler“ und „Akkufehler“ voneinander unabhängig sind.

Bei einem Handy ist ein Displayfehler aufgetreten.

- 3) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass unter dieser Bedingung auch ein Akkufehler auftritt.

Möglicher Lösungsweg

a1) $A = R \cdot S = \begin{pmatrix} 25 & 33 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$

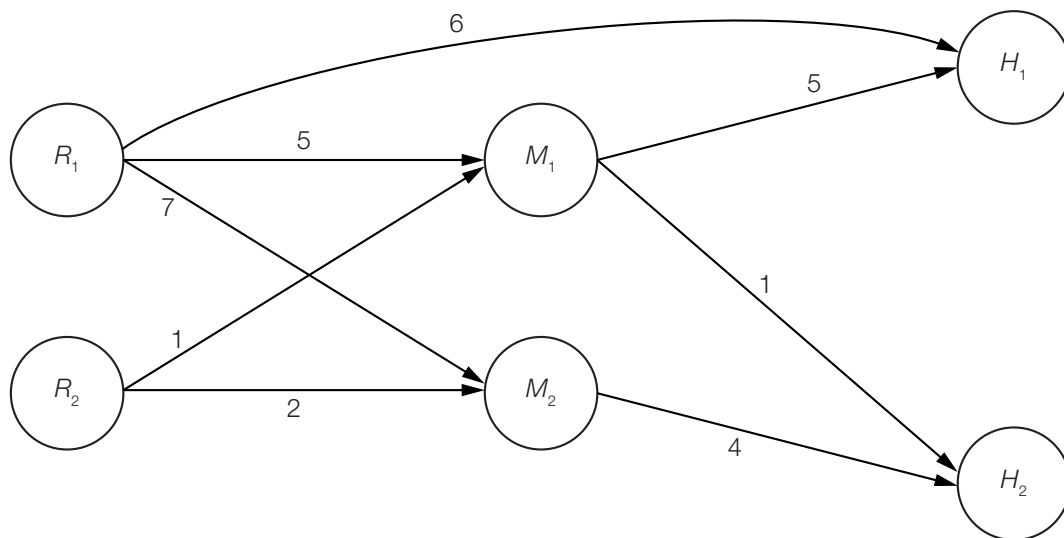
a2) $5 \cdot 5 + 7 \cdot x = 46 \Rightarrow x = 3$
 $1 \cdot 5 + 2 \cdot x = 11 \Rightarrow x = 3$

Für die Punktevergabe ist eine der beiden Gleichungen ausreichend.

b1) Es wird die Anzahl der Mikrochips M_1 und M_2 berechnet, die für die Produktion von x_1 Handys vom Modell H_1 und x_2 Handys vom Modell H_2 benötigt werden.

b2) Zeilenanzahl: 1
 Spaltenanzahl: 1

c1)



c2) Es werden insgesamt 3000 Mikrochips täglich nachgefragt.

d1) Mindestens einer der beiden Fehler tritt auf.

d2) Die Ereignisse „Displayfehler“ (D) und „Akkufehler“ (A) sind unabhängig, wenn gilt:

$$P(D) \cdot P(A) = P(D \cap A)$$

$$P(D \cap A) = 0,01$$

$$P(D) \cdot P(A) = 0,02 \cdot 0,03 = 0,0006 \neq 0,01$$

Daher sind die beiden Ereignisse nicht unabhängig.

d3) $P(A|D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{0,01}{0,02} = \frac{1}{2}$

Die Wahrscheinlichkeit, dass unter dieser Bedingung ein Akkufehler auftritt, beträgt 50 %.

Lösungsschlüssel

- a1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Matrix **A**.
- a2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln von x .
- b1) Ein Punkt für das richtige Beschreiben im gegebenen Sachzusammenhang.
- b2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Zeilen- und der Spaltenanzahl.
- c1) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen des Gozinto-Graphen.
- c2) Ein Punkt für das Ablesen der richtigen Anzahl.
- d1) Ein Punkt für das richtige Beschreiben im gegebenen Sachzusammenhang.
- d2) Ein Punkt für das richtige nachweisliche Überprüfen.
- d3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der bedingten Wahrscheinlichkeit.