

Ressourcen*

Aufgabennummer: B_512

Technologieeinsatz:

möglich ☒

erforderlich ☐

Im Zeitraum von 1970 bis 2010 hat der jährliche globale Rohstoffverbrauch von 22 Milliarden Tonnen auf 70 Milliarden Tonnen zugenommen.¹

Im selben Zeitraum hat sich die Weltbevölkerung auf 7 Milliarden verdoppelt.

- a) 1) Berechnen Sie auf Basis dieser Angaben den durchschnittlichen jährlichen Rohstoffverbrauch pro Person im Jahr 1970.

Die zeitliche Entwicklung des globalen Rohstoffverbrauchs kann durch eine arithmetische Folge oder durch eine geometrische Folge modelliert werden.

Im Modell A wird das jährliche prozentuelle Wachstum bezogen auf das jeweilige Vorjahr als konstant angenommen.

- 2) Erstellen Sie für das Modell A ein explizites Bildungsgesetz für den globalen Rohstoffverbrauch. Wählen Sie $n = 1$ für das Jahr 1970, d. h., $n = 41$ entspricht dem Jahr 2010.

Im Modell B wird das jährliche absolute Wachstum als konstant angenommen.

- 3) Erstellen Sie für das Modell B ein rekursives Bildungsgesetz für den globalen Rohstoffverbrauch. Wählen Sie $n = 1$ für das Jahr 1970, d. h., $n = 41$ entspricht dem Jahr 2010.

Für das Jahr 2050 wird ein jährlicher globaler Rohstoffbedarf von 180 Milliarden Tonnen angenommen.

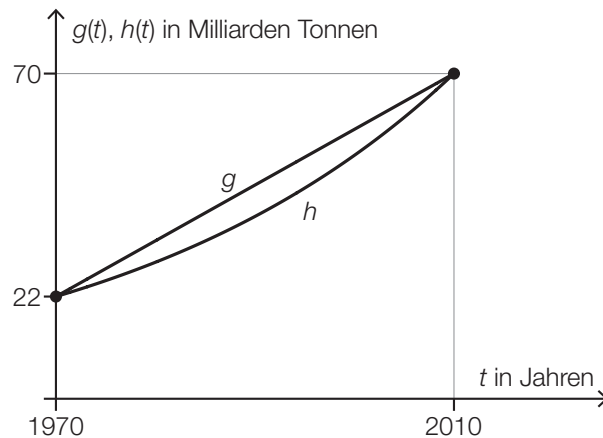
- 4) Tragen Sie die fehlende Zahl in das dafür vorgesehene Kästchen ein.

180 Milliarden Tonnen = $1,8 \cdot 10^{\square}$ kg

* ehemalige Klausuraufgabe

¹ Vgl. <http://derstandard.at/2000041471018/Weltweiter-Rohstoffverbrauch-seit-1970-mehr-als-verdreifacht> [26.11.2020].

- b) Die zeitliche Entwicklung des jährlichen globalen Rohstoffverbrauchs kann durch die streng monoton steigende lineare Funktion g oder durch die streng monoton steigende Exponentialfunktion h modelliert werden (siehe nachstehende Abbildung).



- 1) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Für _____ ① _____ von g und h gilt: _____ ② _____.

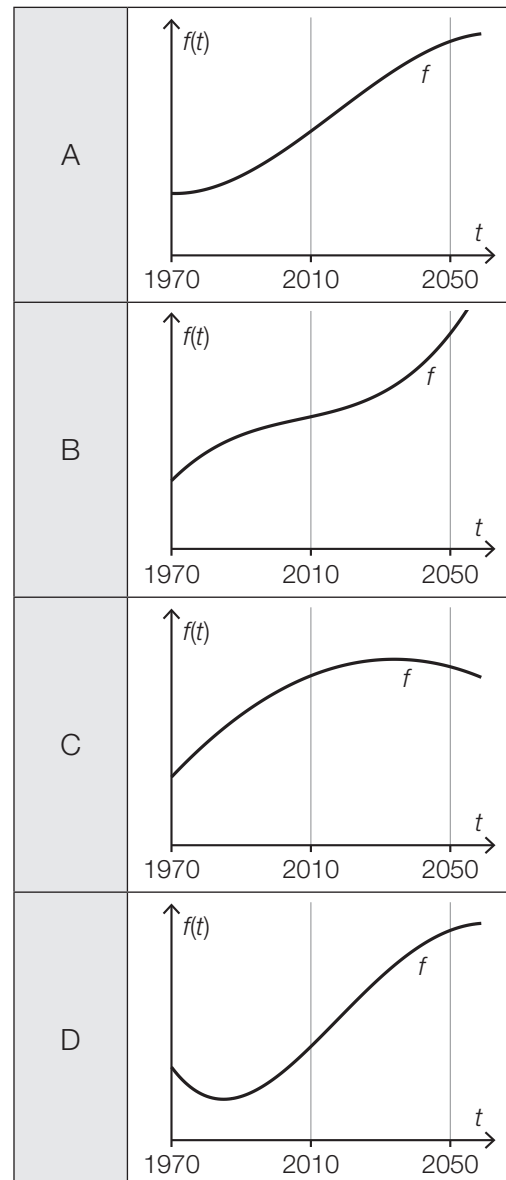
①	
genau 1 Stelle	☐
genau 2 Stellen	☐
mehr als 2 Stellen	☐

②	
$g(t) = h(t) = 0$	☐
$g'(t) = h'(t)$	☐
$g''(t) = h''(t)$	☐

c) Die zeitliche Entwicklung des jährlichen globalen Rohstoffverbrauchs kann durch verschiedene Polynomfunktionen modelliert werden.

1) Ordnen Sie den beiden Aussagen jeweils den entsprechenden Funktionsgraphen aus A bis D zu.

Für alle t mit $2010 < t < 2050$ gilt: $f''(t) > 0$	
Für genau ein t mit $1970 < t < 2050$ gilt: $f'(t) = 0$ und $f''(t) < 0$	



Möglicher Lösungsweg

a1) $\frac{22 \cdot 10^9}{3,5 \cdot 10^9} = 6,28\dots$

Der durchschnittliche jährliche Rohstoffverbrauch pro Person betrug im Jahr 1970 rund 6,3 Tonnen.

a2) $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$

b_n ... jährlicher Rohstoffverbrauch im Jahr n in Milliarden Tonnen

$$b_1 = 22$$

$$b_{41} = 70$$

$$q = \sqrt[40]{\frac{70}{22}} = 1,02935\dots$$

$$b_n = 22 \cdot 1,0294^{n-1}$$

a3) $a_{n+1} = a_n + d$

a_n ... jährlicher Rohstoffverbrauch im Jahr n in Milliarden Tonnen

$$a_1 = 22$$

$$a_{41} = 70$$

$$d = \frac{70 - 22}{40} = 1,2$$

$$a_{n+1} = a_n + 1,2 \quad (\text{mit } a_1 = 22)$$

Der Punkt ist auch zu vergeben, wenn das Startglied $a_1 = 22$ beim rekursiven Bildungsgesetz nicht angegeben ist.

a4) 180 Milliarden Tonnen = $1,8 \cdot 10^{\boxed{14}}$ kg

b1)

①	
genau 1 Stelle	☒

②	
$g'(t) = h'(t)$	☒

c1)

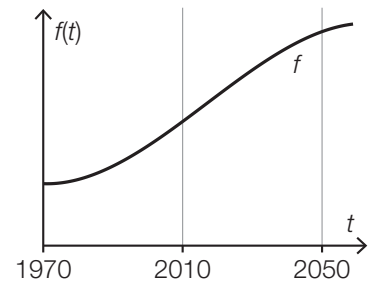
Für alle t mit
 $2010 < t < 2050$ gilt:
 $f''(t) > 0$

B

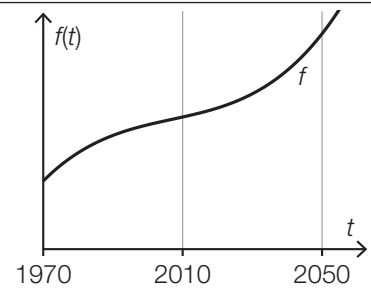
Für genau ein t mit
 $1970 < t < 2050$ gilt:
 $f'(t) = 0$ und $f''(t) < 0$

C

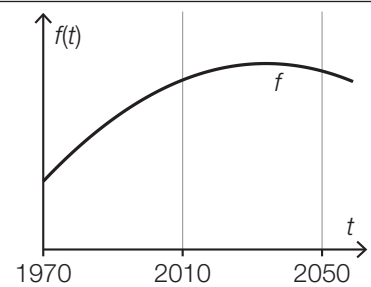
A



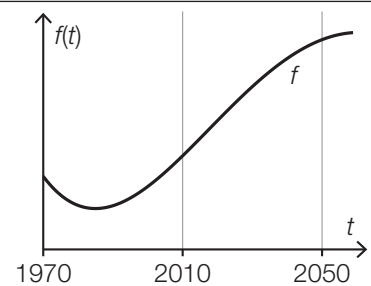
B



C



D



Lösungsschlüssel

- a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des durchschnittlichen jährlichen Rohstoffverbrauchs pro Person im Jahr 1970.
- a2) Ein Punkt für das richtige Erstellen des expliziten Bildungsgesetzes der geometrischen Folge.
- a3) Ein Punkt für das richtige Erstellen des rekursiven Bildungsgesetzes der arithmetischen Folge.
- a4) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Zahl.
- b1) Ein Punkt für das Ankreuzen der beiden richtigen Satzteile.
- c1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.