

Olympische Sommerspiele 2008 in Peking*

Aufgabennummer: B_508

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

- a) Bei den Olympischen Sommerspielen 2008 in Peking siegte Usain Bolt im Finale des 100-Meter-Laufes der Männer. Die Silbermedaille ging an Richard Thompson.

Die jeweilige Geschwindigkeit der beiden Läufer bei diesem Lauf kann durch die nachstehenden Funktionen modellhaft beschrieben werden.

$$v_B(t) = 12,151 \cdot (1 - e^{-0,684 \cdot t})$$

$$v_T(t) = 12,15 \cdot (1 - e^{-0,601 \cdot t})$$

t ... Zeit ab dem Start in s

$v_B(t)$... Geschwindigkeit von Usain Bolt zur Zeit t in m/s

$v_T(t)$... Geschwindigkeit von Richard Thompson zur Zeit t in m/s

- 1) Berechnen Sie die Beschleunigung von Usain Bolt 1 s nach dem Start.
- 2) Beschreiben Sie, was mit dem nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang berechnet wird.

$$\frac{1}{8-5} \cdot \int_5^8 v_B(t) dt$$

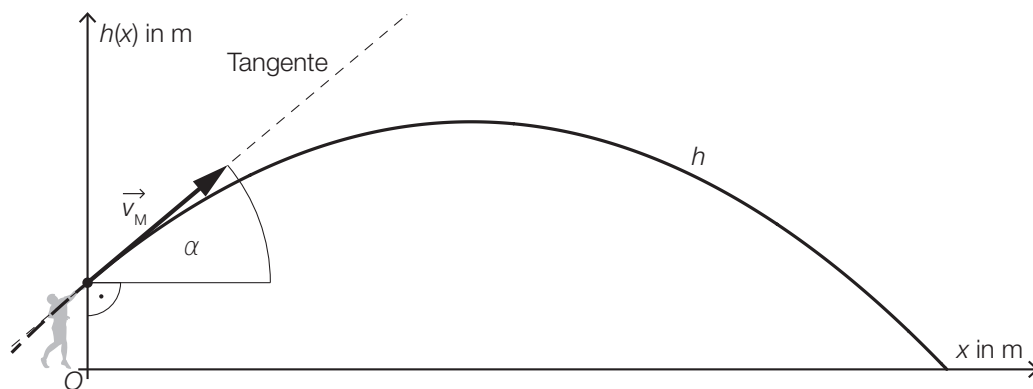
Usain Bolt überquerte die Ziellinie 9,69 s nach dem Start.

- 3) Ermitteln Sie, wie weit Richard Thompson von der Ziellinie entfernt war, als Usain Bolt diese überquerte.

- b) Bei den Olympischen Sommerspielen 2008 in Peking siegte Tomasz Majewski im Kugelstoß-Finale der Männer. Die Flugbahn der Kugel kann modellhaft durch den Graphen der Funktion h mit $h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ beschrieben werden.

$x, h(x)$... Koordinaten der Flugbahn in m

An der Stelle $x = 0$ kann die Geschwindigkeit der Kugel durch den Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}_M$ beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).



- 1) Tragen Sie die fehlenden Ausdrücke in die dafür vorgesehenen Kästchen ein. Verwenden Sie dabei den Winkel α .

$$\vec{v}_M = |\vec{v}_M| \cdot \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

- 2) Weisen Sie nach, dass gilt: $\tan(\alpha) = b$

- c) Bei den Olympischen Sommerspielen 2008 in Peking siegte Tirunesh Dibaba im Finale des 10 000-Meter-Laufes der Frauen. In der nachstehenden Tabelle sind einige Distanzen und die zugehörigen Zwischenzeiten für die erste Hälfte des Laufes angegeben.

Distanz in m	1 000	2 000	3 000	4 000	5 000
Zeit in s	180,5	360,2	543,8	726,6	910,0

Datenquelle: <https://sportsscientists.com/2008/08/beijing-2008-10000-m-women/> [15.12.2020].

Die Zeit soll in Abhängigkeit von der Distanz durch eine lineare Regressionsfunktion beschrieben werden.

- 1) Ermitteln Sie mithilfe der Regressionsrechnung eine Gleichung dieser linearen Funktion.

Tirunesh Dibaba benötigte für diesen 10 000-Meter-Lauf insgesamt 29 min 54,66 s.

- 2) Berechnen Sie den Betrag des relativen Fehlers, wenn zur Berechnung der Laufzeit von Tirunesh Dibaba die ermittelte Regressionsfunktion verwendet wird.

Möglicher Lösungsweg

a1) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$v_B'(1) = 4,193...$$

Die Beschleunigung von Usain Bolt 1 s nach dem Start betrug rund 4,19 m/s².

a2) Es wird die mittlere Geschwindigkeit (in m/s) von Usain Bolt im Zeitintervall [5; 8] berechnet.

a3) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$100 - \int_0^{9,69} v_T(t) dt = 2,423...$$

Richard Thompson war rund 2,42 m von der Ziellinie entfernt, als Usain Bolt diese überquerte.

$$\text{b1) } \vec{v}_M = |\vec{v}_M| \cdot \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

$$\text{b2) } h'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$$

$$\tan(\alpha) = h'(0) = b$$

c1) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$$f(x) = 0,18254 \cdot x - 3,4$$

x ... Distanz in m

f(x) ... Zeit bei der Distanz x in s

$$\text{c2) } f(10000) = 1822$$

$$29 \text{ min } 54,66 \text{ s} = 1794,66 \text{ s}$$

$$\left| \frac{1794,66 - 1822}{1794,66} \right| = 0,0152...$$

Der Betrag des relativen Fehlers beträgt rund 1,5 %.

Lösungsschlüssel

a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Beschleunigung.

a2) Ein Punkt für das richtige Beschreiben im gegebenen Sachzusammenhang.

a3) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Entfernung.

b1) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Ausdrücke.

b2) Ein Punkt für das richtige Nachweisen.

c1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Gleichung der linearen Regressionsfunktion.

c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Betrags des relativen Fehlers.