

Scharniere*

Aufgabennummer: B_503

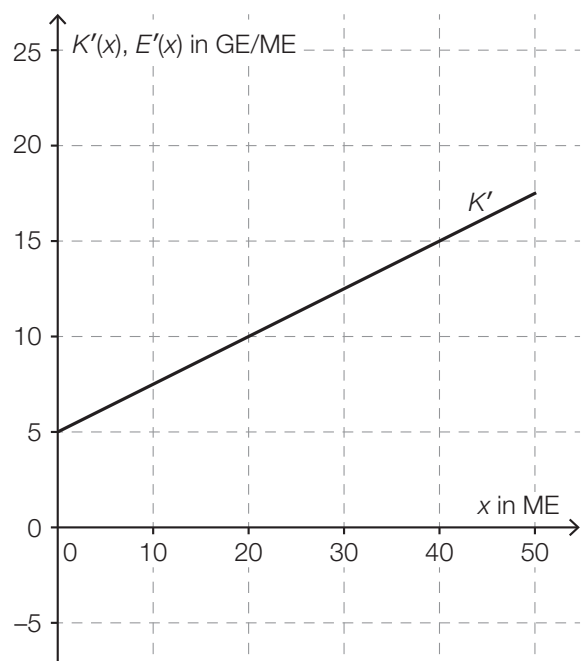
Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Ein Unternehmen stellt Scharniere her.

- a) In der nebenstehenden Abbildung ist der Graph der linearen Grenzkostenfunktion K' für die Herstellung von *Clip*-Scharnieren dargestellt.



- 1) Erstellen Sie eine Gleichung der Grenzkostenfunktion K' .

Die Fixkosten für die Herstellung von *Clip*-Scharnieren betragen 50 GE.

- 2) Erstellen Sie eine Gleichung der zugehörigen Kostenfunktion K .

Die Grenzerlösfunktion E' für *Clip*-Scharniere ist gegeben durch:

$$E'(x) = -0,5 \cdot x + 20$$

x ... Absatzmenge in ME

$E'(x)$... Grenzerlös bei der Absatzmenge x in GE/ME

- 3) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung den Graphen der Grenzerlösfunktion E' im Intervall $[0; 50]$ ein.
- 4) Interpretieren Sie die Nullstelle der Grenzerlösfunktion E' in Bezug auf den Erlös.

- b) Die Durchschnittskosten für die Herstellung des Scharniers *Modul* lassen sich durch die Durchschnittskostenfunktion $\bar{K}$ mit $\bar{K}(x) = \frac{K(x)}{x}$ beschreiben:

$$\bar{K}(x) = 0,25 \cdot x + 3 + \frac{1}{x}$$

x ... Produktionsmenge in ME

$\bar{K}(x)$... Durchschnittskosten bei der Produktionsmenge x in GE/ME

Es werden folgende Rechenschritte ausgeführt:

$$\bar{K}'(x) = 0,25 - \frac{1}{x^2}$$

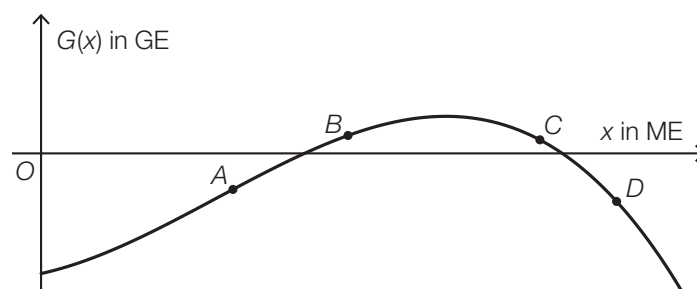
$$0,25 - \frac{1}{x^2} = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{1}{0,25}}$$

$$x_1 = 2, \quad (x_2 = -2)$$

- 1) Interpretieren Sie die Lösung $x_1 = 2$ im gegebenen Sachzusammenhang.
- 2) Zeigen Sie mithilfe der Regel zum Ableiten von Potenzfunktionen, dass man als Ableitung von $\frac{1}{x}$ den Ausdruck $-\frac{1}{x^2}$ erhält.

- c) In der unten stehenden Abbildung ist der Graph der Gewinnfunktion G für das Scharnier *Top* dargestellt.

Auf dem Graphen der Gewinnfunktion G sind die Punkte A, B, C und D eingezeichnet.



- 1) Ordnen Sie den beiden Aussagen jeweils den zutreffenden Punkt aus A bis D zu. [2 zu 4]

$G(x) > 0$ und $G'(x) > 0$	
$G(x) < 0$ und $G'(x) < 0$	

A	Punkt A
B	Punkt B
C	Punkt C
D	Punkt D

d) Der Gewinn für das Scharnier *Cardo* kann durch die Funktion G beschrieben werden:

$$G(x) = -0,01 \cdot x^3 + 0,28 \cdot x^2 + 1,75 \cdot x - 50$$

x ... Absatzmenge in ME

$G(x)$... Gewinn bei der Absatzmenge x in GE

- 1) Ermitteln Sie die untere Gewinngrenze.
- 2) Ermitteln Sie den maximalen Gewinn.

Möglicher Lösungsweg

a1) $K'(x) = 0,25 \cdot x + 5$

x ... Produktionsmenge in ME

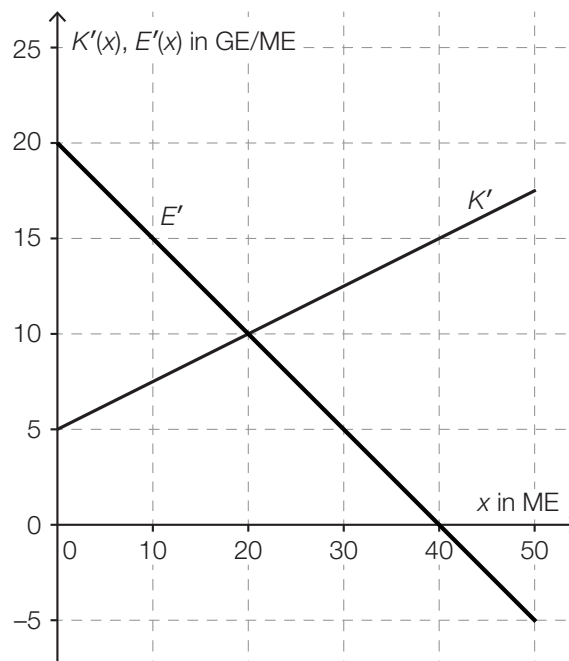
$K'(x)$... Grenzkosten bei der Produktionsmenge x in GE

a2) $K(x) = \int (0,25 \cdot x + 5) dx = 0,125 \cdot x^2 + 5 \cdot x + C$

$K(0) = 50 \Rightarrow C = 50$

$K(x) = 0,125 \cdot x^2 + 5 \cdot x + 50$

a3)



a4) Die Nullstelle der Grenzerlösfunktion ist diejenige Absatzmenge, bei der der Erlös maximal ist.

b1) Bei dieser Produktionsmenge handelt es sich um das Betriebsoptimum.

oder:

Bei dieser Produktionsmenge sind die Durchschnittskosten minimal.

b2) $\left(\frac{1}{x}\right)' = (x^{-1})' = (-1) \cdot x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$

c1)

$G(x) > 0$ und $G'(x) > 0$	B
$G(x) < 0$ und $G'(x) < 0$	D

A	Punkt A
B	Punkt B
C	Punkt C
D	Punkt D

d1) $G(x) = 0$ oder $-0,01 \cdot x^3 + 0,28 \cdot x^2 + 1,75 \cdot x - 50 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$x_1 = 13,48... \quad (x_2 = 27,83...; x_3 = -13,31...)$$

Die untere Gewinnngrenze liegt bei rund 13,5 ME.

d2) $G'(x) = 0$ oder $-0,03 \cdot x^2 + 0,56 \cdot x + 1,75 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$x_1 = 21,39... \quad (x_2 = -2,72...)$$

$$G(21,39...) = 17,67...$$

Der maximale Gewinn beträgt rund 17,7 GE.

Lösungsschlüssel

- a1) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Gleichung der Grenzkostenfunktion
a2) 1 × A2: für das richtige Erstellen der Gleichung der Kostenfunktion
a3) 1 × A3: für das richtige Einzeichnen des Graphen der Grenzerlösfunktion
a4) 1 × C: für das richtige Interpretieren der Nullstelle der Grenzerlösfunktion in Bezug auf den Erlös
b1) 1 × C: für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang
b2) 1 × D: für das richtige Zeigen
c1) 1 × C: für das richtige Zuordnen
d1) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der unteren Gewinnngrenze
d2) 1 × B2: für das richtige Ermitteln des maximalen Gewinns