

Streaming*

Aufgabennummer: B_501

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Ein Fernsehsender entschließt sich, einen Streaming-Dienst für Filme auf den Markt zu bringen. Damit können Filme über das Internet abgespielt werden.

Die Zeit nach der Markteinführung in Monaten wird mit t bezeichnet.

a) Bei der Markteinführung ($t = 0$) nutzen 1 000 Kunden dieses Angebot.

Die Anzahl der Kunden steigt im 1. Jahr nach der Markteinführung pro Monat jeweils um etwa 20 % bezogen auf die Anzahl des jeweiligen Vormonats.

Die Anzahl der Kunden soll in Abhängigkeit von der Zeit t beschrieben werden.

- 1) Erstellen Sie eine Gleichung der zugehörigen Funktion.
- 2) Berechnen Sie die Anzahl der Kunden für $t = 7$.
- 3) Berechnen Sie, wie lange es nach der Markteinführung dauert, bis die Anzahl der Kunden erstmals 8 000 übersteigt.

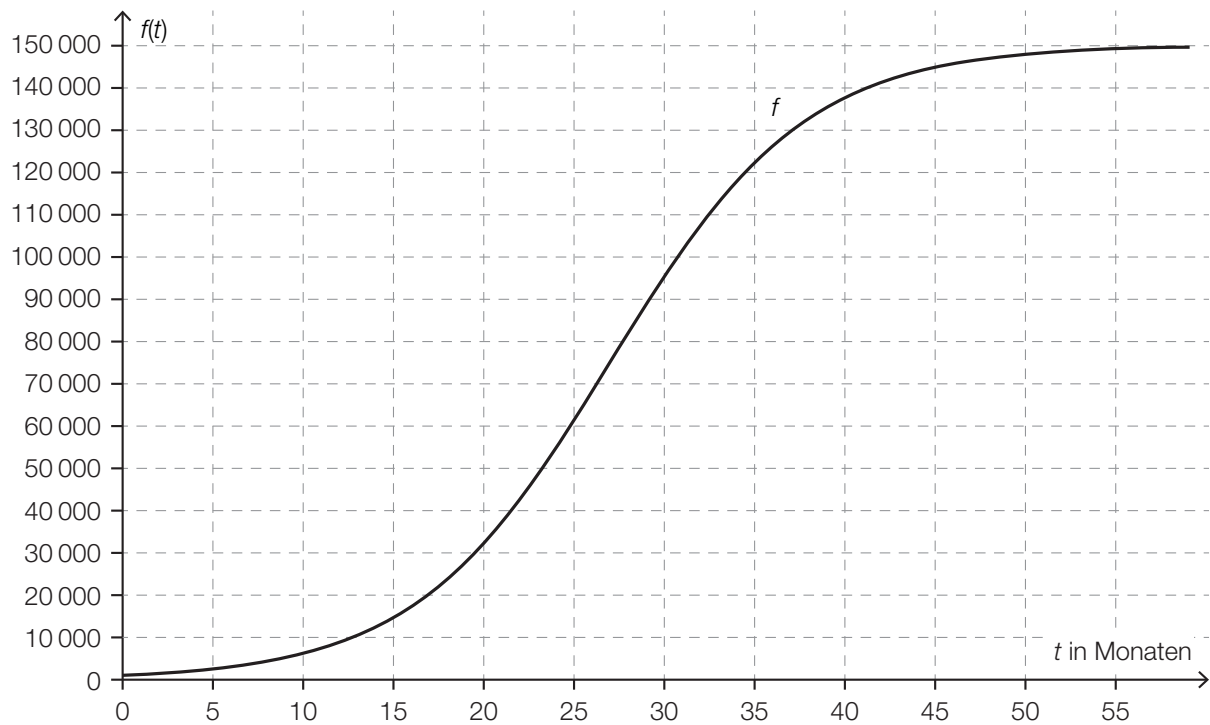
b) In der nachstehenden Tabelle ist die Anzahl der Kunden für einen bestimmten Zeitraum angegeben.

Zeit t in Monaten	18	20	24	26	28
Anzahl der Kunden	23 800	32 200	54 600	68 000	81 900

Die Anzahl der Kunden soll in Abhängigkeit von der Zeit t beschrieben werden.

- 1) Ermitteln Sie eine Gleichung der zugehörigen linearen Regressionsfunktion.

- c) Die über einen längeren Zeitraum betrachtete zeitliche Entwicklung der Anzahl der Kunden kann näherungsweise durch die logistische Funktion f beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).



- 1) Lesen Sie aus der obigen Abbildung den Zeitpunkt des stärksten Wachstums der Anzahl der Kunden ab.

Für die Funktion f gilt: $f(t) = \frac{150\,000}{1 + c \cdot e^{-\lambda \cdot t}}$

Bei der Markteinführung ($t = 0$) nutzen 1 000 Kunden dieses Angebot.

- 2) Ermitteln Sie die Parameter c und λ der Funktion f .

Möglicher Lösungsweg

a1) $N(t) = 1\,000 \cdot 1,2^t$

a2) $N(7) = 3\,583,1\dots$

Zur Zeit $t = 7$ nutzen rund 3583 Kunden das Angebot.

a3) $N(t) = 8\,000$ oder $1\,000 \cdot 1,2^t = 8\,000$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t = 11,40\dots$

b1) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$A(t) = 5\,820 \cdot t - 82\,919$ (Koeffizienten gerundet)

c1) 27 Monate nach der Markteinführung wächst die Anzahl der Kunden am stärksten.

Toleranzbereich: $[25; 29]$

c2) $f(0) = 1\,000$ oder $\frac{150\,000}{1+c} = 1\,000 \Rightarrow c = 149$

$f(27) = 75\,000$ oder $\frac{150\,000}{1+149 \cdot e^{-\lambda \cdot 27}} = 75\,000$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$\lambda = 0,185\dots$

Die Verwendung anderer Punkte auf dem Graphen von f für das Ermitteln des Parameters λ ist ebenfalls als richtig zu werten.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung

a2) 1 × B1: für das richtige Berechnen der Anzahl der Kunden

a3) 1 × B2: für das richtige Berechnen der Zeitdauer

b1) 1 × B: für das richtige Ermitteln der Gleichung der Regressionsfunktion

c1) 1 × C1: für das richtige Ablesen des Zeitpunkts des stärksten Wachstums (Toleranzbereich: $[25; 29]$)

c2) 1 × B1: für das richtige Ermitteln des Parameters c

1 × B2: für das richtige Ermitteln des Parameters λ