

Asymmetrisches Satteldach*

Aufgabennummer: B_500

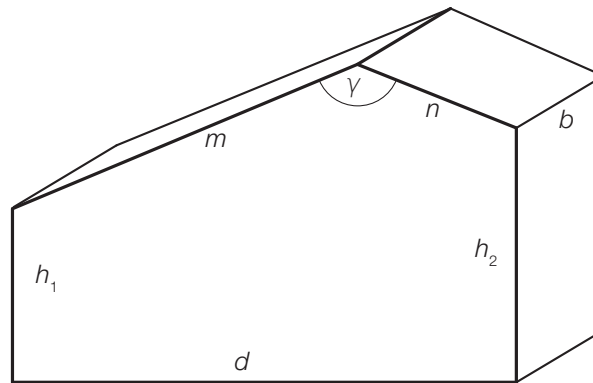
Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Ein Haus wird geplant. Im Erstentwurf ist ein asymmetrisches Satteldach geplant, das aus zwei rechteckigen Dachflächen besteht.

- a) Das Haus soll eine rechteckige Grundfläche und lotrechte Wände haben. Es ist in der nachstehenden Skizze modellhaft dargestellt.

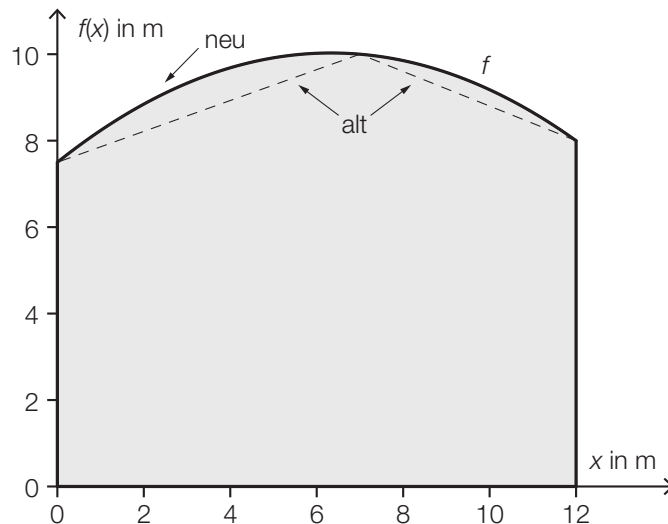


- 1) Zeichnen Sie in der obigen Skizze denjenigen Winkel α ein, für den gilt:

$$\frac{\sin(\alpha)}{n} = \frac{\sin(\gamma)}{\sqrt{(h_2 - h_1)^2 + d^2}}$$

- 2) Begründen Sie, warum der Winkel α ein spitzer Winkel sein muss, wenn gilt: $\gamma \approx 139^\circ$.
- 3) Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung des Volumens V des oben dargestellten Hauses. Verwenden Sie dabei die eingezeichneten Seitenlängen und den Winkel γ .

- b) Es wird ein neuer Entwurf mit einer anderen Dachform erstellt. In der unten stehenden Abbildung ist die Querschnittsfläche des Hauses modellhaft dargestellt. Die obere Begrenzungslinie verläuft dabei durch die Punkte $A = (0 | 7,5)$, $B = (7 | 10)$ und $C = (12 | 8)$. Dieser Verlauf soll durch den Graphen der quadratischen Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ beschrieben werden.



- 1) Erstellen Sie mithilfe der Koordinaten von A , B und C ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a , b und c .
- 2) Berechnen Sie die Koeffizienten a , b und c .
- 3) Berechnen Sie den Inhalt Q_{neu} der grau markierten Querschnittsfläche des Hauses.

Der Inhalt der Querschnittsfläche des Hauses im alten Entwurf mit Satteldach (Erstentwurf) wird mit Q_{alt} bezeichnet.

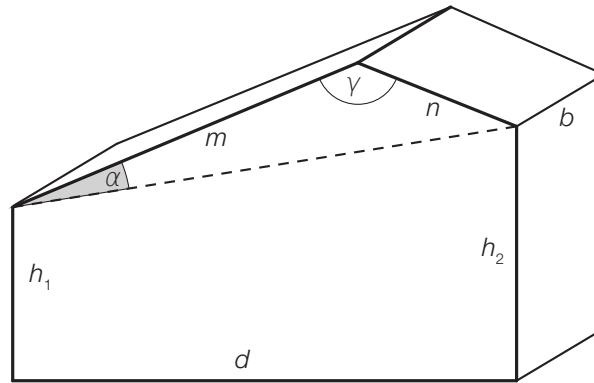
Es wird folgende Berechnung durchgeführt:

$$\frac{Q_{\text{neu}} - Q_{\text{alt}}}{Q_{\text{alt}}} \approx 0,046$$

- 4) Interpretieren Sie das Ergebnis dieser Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

Möglicher Lösungsweg

a1)



a2) Ein Dreieck kann wegen der Winkelsumme von 180° nur 1 stumpfen Winkel haben.

$$\text{a3)} \quad V = \left(\frac{1}{2} \cdot m \cdot n \cdot \sin(\gamma) + \frac{(h_1 + h_2) \cdot d}{2} \right) \cdot b$$

$$\text{b1)} \quad f(0) = 7,5$$

$$f(7) = 10$$

$$f(12) = 8$$

oder:

$$a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 7,5$$

$$a \cdot 7^2 + b \cdot 7 + c = 10$$

$$a \cdot 12^2 + b \cdot 12 + c = 8$$

b2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$a = -\frac{53}{840} = -0,063...$$

$$b = \frac{671}{840} = 0,798...$$

$$c = 7,5$$

$$\text{b3)} \quad Q_{\text{neu}} = \int_0^{12} f(x) dx = 111,17...$$

Der Inhalt der Querschnittsfläche beträgt rund $111,2 \text{ m}^2$.

b4) Die Querschnittsfläche im neuen Entwurf ist um rund 4,6 % größer als im alten Entwurf.

Lösungsschlüssel

- a1) 1 × C: für das richtige Einzeichnen des Winkels α
- a2) 1 × D: für das richtige Begründen
- a3) 1 × A1: für den richtigen Ansatz
1 × A2: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung des Volumens V
- b1) 1 × A: für das richtige Erstellen des Gleichungssystems
- b2) 1 × B1: für das richtige Berechnen der Koeffizienten
- b3) 1 × B2: für das richtige Berechnen des Inhalts der Querschnittsfläche
- b4) 1 × C: für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang