

Würfelspaß*

Aufgabennummer: B_499

Technologieeinsatz:

möglich ☒

erforderlich ☐

Würfelspaß ist ein Spiel, das mit herkömmlichen fairen Spielwürfeln gespielt wird, bei denen die Augenzahlen 1 bis 6 jeweils mit gleicher Wahrscheinlichkeit als Würfelergbnis auftreten. Die Spieler/innen müssen Aufträge erfüllen.

a) Auftrag „Größer“:

Ein Würfel wird 2-mal hintereinander geworfen. Der Auftrag „Größer“ ist erfüllt, wenn die Augenzahl des 2. Wurfes größer als die Augenzahl des 1. Wurfes ist.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, den Auftrag „Größer“ zu erfüllen.

Auftrag „Sieben“:

Es werden 2 Würfel gleichzeitig geworfen. Der Auftrag „Sieben“ ist erfüllt, wenn die Augensumme 7 ergibt.

2) Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit, den Auftrag „Sieben“ zu erfüllen, kleiner ist als die Wahrscheinlichkeit, den Auftrag „Größer“ zu erfüllen.

* ehemalige Klausuraufgabe

b) Auftrag „Nur nicht 2“:

Es werden 5 Würfel gleichzeitig geworfen. Zeigt dabei kein einziger Würfel die Augenzahl 2, so erhält man 10 Punkte. Für jeden Würfel, der die Augenzahl 2 zeigt, werden 2 Punkte von diesen maximal erreichbaren 10 Punkten abgezogen.

Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der Würfel, die dabei die Augenzahl 2 zeigen.

In der nachstehenden Tabelle sollen die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen X und die Anzahl der jeweils erreichten Punkte dargestellt werden.

x_i	0	1	2	3	4	5
$P(X = x_i)$ (gerundete Werte)	0,4019	0,4019		0,0322	0,0032	0,0001
erreichte Punkte				4		

- 1) Vervollständigen Sie in der obigen Tabelle die Zeile „erreichte Punkte“.
- 2) Ergänzen Sie in der obigen Tabelle die fehlende Wahrscheinlichkeit.
- 3) Bestimmen Sie den Erwartungswert für diejenige Zufallsvariable, die die Anzahl der erreichten Punkte beschreibt.

- c) Die Aufträge bei *Würfelspaß* unterscheiden sich hinsichtlich der Anzahl der Mitspieler/innen, der Anzahl der verwendeten Würfel und der Anzahl der erlaubten Würfe.

A ... Menge der Aufträge, bei denen alle Spieler/innen mitspielen

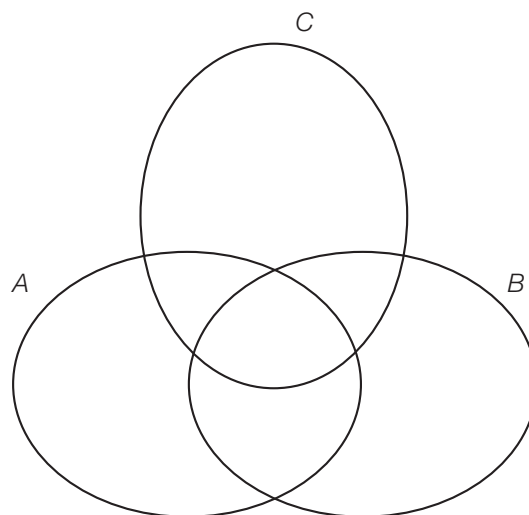
B ... Menge der Aufträge, bei denen mehrere Würfel verwendet werden

C ... Menge der Aufträge, bei denen mehrere Würfe erlaubt sind

Die nachstehende Tabelle gibt die Einteilung für 6 Aufträge wieder.

	ist Element der Menge A	ist Element der Menge B	ist Element der Menge C
„Größer“	nein	nein	ja
„Sieben“	nein	ja	nein
„Nur nicht 2“	nein	ja	nein
„Solo“	nein	ja	ja
„Alle Achtung“	ja	nein	nein
„8 gewinnt“	ja	nein	ja

- 1) Markieren Sie im nachstehenden Venn-Diagramm denjenigen Bereich, in dem der Auftrag „Nur nicht 2“ liegt.



- 2) Geben Sie alle Aufträge an, die in der Menge $C \setminus (A \cup B)$ enthalten sind.

Möglicher Lösungsweg

a1) Wahrscheinlichkeit, den Auftrag „Größer“ zu erfüllen: $\frac{5 + 4 + 3 + 2 + 1}{36} = \frac{15}{36}$

a2) Wahrscheinlichkeit, den Auftrag „Sieben“ zu erfüllen: $6 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{6}{36}$

Die Wahrscheinlichkeit, den Auftrag „Sieben“ zu erfüllen, ist also kleiner als die Wahrscheinlichkeit, den Auftrag „Größer“ zu erfüllen.

b1 und b2)

x_i	0	1	2	3	4	5
$P(X = x_i)$ (gerundete Werte)	0,4019	0,4019	0,1607	0,0322	0,0032	0,0001
erreichte Punkte	10	8	6	4	2	0

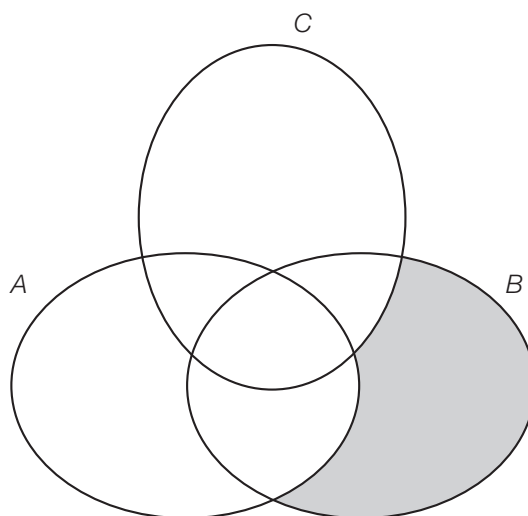
$$P(X = 2) = 1 - 0,4019 - 0,4019 - 0,0322 - 0,0032 - 0,0001 = 0,1607$$

Die gesuchte Wahrscheinlichkeit kann auch mithilfe der Binomialverteilung ermittelt werden. Man erhält dabei: $P(X = 2) = 0,16075\dots$

b3) $0,4019 \cdot 10 + 0,4019 \cdot 8 + 0,1607 \cdot 6 + 0,0322 \cdot 4 + 0,0032 \cdot 2 = 8,33\dots$

Der Erwartungswert beträgt rund 8,3 Punkte.

c1)



c2) „Größer“

Lösungsschlüssel

- a1) $1 \times B$: für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit für die Erfüllung des Auftrags „Größer“
- a2) $1 \times D$: für das richtige Zeigen
- b1) $1 \times C$: für das richtige Vervollständigen der Zeile „erreichte Punkte“
- b2) $1 \times A$: für das richtige Ergänzen der fehlenden Wahrscheinlichkeit
- b3) $1 \times B$: für das richtige Bestimmen des Erwartungswerts
- c1) $1 \times C1$: für das richtige Markieren des Bereichs
- c2) $1 \times C2$: für das richtige Angeben des Auftrags „Größer“