

Münzen (2)*

Aufgabennummer: B_493

Technologieeinsatz:

möglich ☒

erforderlich ☐

- a) Beim Werfen einer fairen Münze treten die beiden Ereignisse „Kopf“ und „Zahl“ jeweils mit der gleichen Wahrscheinlichkeit auf.

Agnes, Bettina und Celina spielen ein Spiel mit einer fairen Münze.

Agnes wirft die Münze. Zeigt die Münze Kopf, dann gewinnt Agnes und das Spiel ist zu Ende. Zeigt die Münze Zahl, dann ist Bettina an der Reihe.

Bettina wirft die Münze. Zeigt die Münze Kopf, dann gewinnt Bettina und das Spiel ist zu Ende. Zeigt die Münze Zahl, ist Celina an der Reihe.

Celina wirft die Münze. Zeigt die Münze Kopf, dann gewinnt Celina und das Spiel ist zu Ende. Zeigt die Münze Zahl, ist Runde 1 beendet und Agnes beginnt Runde 2.

Dieses Spiel wird auf die gleiche Art fortgesetzt.

In der unten stehenden Tabelle sind die Gewinnwahrscheinlichkeiten für die ersten 3 Runden teilweise eingetragen.

- 1) Vervollständigen Sie diese Tabelle durch Eintragen der fehlenden Gewinnwahrscheinlichkeiten.

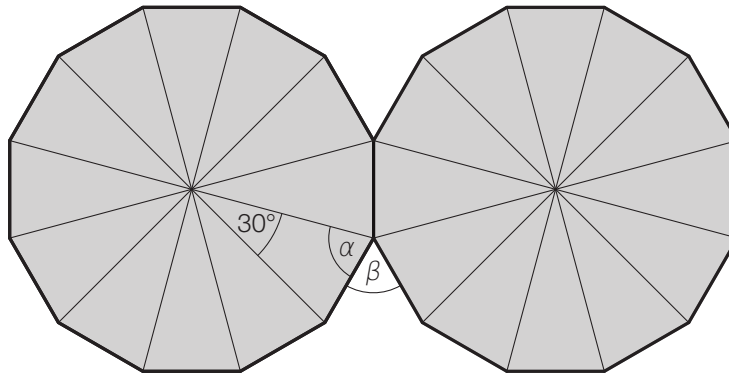
	Agnes gewinnt das Spiel in dieser Runde	Bettina gewinnt das Spiel in dieser Runde	Celina gewinnt das Spiel in dieser Runde
Runde 1			$\frac{1}{8}$
Runde 2		$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$
Runde 3	$\frac{1}{128}$		$\frac{1}{512}$

Die Wahrscheinlichkeit, dass Celina in Runde n gewinnt, lässt sich durch eine geometrische Folge modellieren.

- 2) Stellen Sie ein explizites Bildungsgesetz dieser Folge auf.

- b) Die australische 50-Cent-Münze besteht – von oben betrachtet – aus 12 gleich großen gleichschenkeligen Dreiecken.

Legt man 2 solche Münzen aneinander, ergibt sich folgende geometrische Situation:



- 1) Ermitteln Sie die Winkel α und β .
- c) In einer Geldbörse sind 5 Ein-Euro-Münzen und 7 Zwei-Euro-Münzen. Dorian zieht nacheinander und ohne Zurücklegen 2 zufällig ausgewählte Münzen.

Die Zufallsvariable X gibt diejenigen Geldbeträge an, die Dorian erhalten kann.

$P(X = x_i)$ ist die Wahrscheinlichkeit, genau den Geldbetrag x_i zu erhalten.

- 1) Vervollständigen Sie die nachstehende Tabelle für das oben beschriebene Zufallsexperiment.

x_i			
$P(X = x_i)$			

- 2) Berechnen Sie den Erwartungswert von X .

Möglicher Lösungsweg

a1)

	Agnes gewinnt das Spiel in dieser Runde	Bettina gewinnt das Spiel in dieser Runde	Celina gewinnt das Spiel in dieser Runde
Runde 1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
Runde 2	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$
Runde 3	$\frac{1}{128}$	$\frac{1}{256}$	$\frac{1}{512}$

a2) $c_n = c_1 \cdot q^{n-1}$ c_n ... Wahrscheinlichkeit, dass Celina in Runde n gewinnt

$$q = \frac{1}{64} : \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$$

$$c_n = \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{n-1} \quad \text{oder} \quad c_n = \left(\frac{1}{8}\right)^n$$

b1) $\alpha = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ$

$$\beta = 360^\circ - 4 \cdot 75^\circ = 60^\circ$$

c1)

x_i	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} = \frac{5}{33}$	$\frac{5}{12} \cdot \frac{7}{11} \cdot 2 = \frac{35}{66}$	$\frac{7}{12} \cdot \frac{6}{11} = \frac{7}{22}$

c2) $E(X) = 2 \cdot \frac{5}{33} + 3 \cdot \frac{35}{66} + 4 \cdot \frac{7}{22} = \frac{19}{6} = 3,166\dots$

Der Erwartungswert beträgt rund € 3,17.

Lösungsschlüssel

- a1) 1 × A1: für das richtige Vervollständigen der Tabelle
- a2) 1 × A2: für das richtige Aufstellen des expliziten Bildungsgesetzes
- b1) 1 × B: für das richtige Ermitteln der Winkel α und β
- c1) 1 × A: für das richtige Vervollständigen der Tabelle
- c2) 1 × B: für das richtige Berechnen des Erwartungswerts