

Schlafdauer*

Aufgabennummer: B_492

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Es wurden verschiedene Untersuchungen zur durchschnittlichen täglichen Schlafdauer unterschiedlicher Personengruppen durchgeführt.

- a) Das Ergebnis einer Befragung von 50 Personen zur Schlafdauer ist in der nachstehenden Tabelle angegeben.

Schlafdauer in Stunden	6	7	8	9	10
Anzahl der Personen	3	16	20	10	1

- 1) Berechnen Sie das arithmetische Mittel der Schlafdauer dieser 50 Personen.

Bei 9 Personen wurden die Schlafdauer und die Fernsehzeit erhoben:

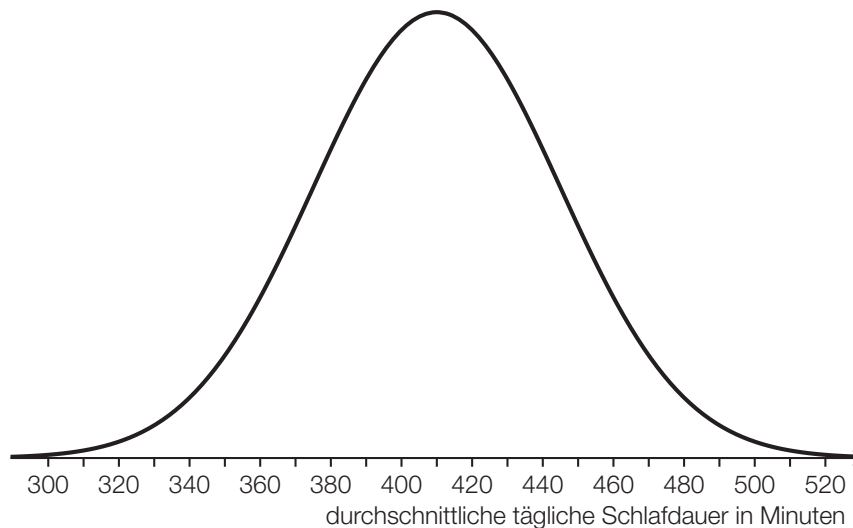
Schlafdauer in Stunden	6	7	7	8	8	9	9	10	10
Fernsehzeit in Stunden	4	4	2	3	3	2	2	1	2

Die Fernsehzeit soll in Abhängigkeit von der Schlafdauer beschrieben werden.

- 2) Ermitteln Sie eine Gleichung der zugehörigen linearen Regressionsfunktion.
- 3) Interpretieren Sie das Vorzeichen der Steigung der Regressionsfunktion im gegebenen Sachzusammenhang.
- 4) Berechnen Sie gemäß diesem Modell die Fernsehzeit bei einer Schlafdauer von 7,5 h.
- b) Die durchschnittliche tägliche Schlafdauer X von älteren Personen ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 364$ min und der Standardabweichung $\sigma = 50$ min.
- 1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte ältere Person eine durchschnittliche tägliche Schlafdauer zwischen 300 min und 480 min hat.
- 2) Tragen Sie in der nachstehenden Gleichung die fehlende Zahl in das dafür vorgesehene Kästchen ein.

$$P(X \geq 400) = P\left(X \leq \boxed{}\right)$$

- c) Für die Altersgruppe von 19 bis 39 Jahren ist die durchschnittliche tägliche Schlafdauer annähernd normalverteilt. Die zugehörige Dichtefunktion ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



- 1) Lesen Sie aus der obigen Abbildung den Erwartungswert μ ab.

$\mu =$ _____ min

Für eine andere Altersgruppe beträgt der Erwartungswert 399 min. Die Standardabweichung ist die gleiche wie in der Altersgruppe von 19 bis 39 Jahren.

- 2) Beschreiben Sie, wie sich der Graph der Dichtefunktion für diese Altersgruppe vom oben abgebildeten Graphen unterscheidet.

Möglicher Lösungsweg

a1) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$\bar{x} = 7,8 \text{ h}$$

a2) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$$f(x) = -0,5857 \cdot x + 7,3714 \quad (\text{Koeffizienten gerundet})$$

x ... Schlafdauer in Stunden

$f(x)$... Fernsehzeit bei der Schlafdauer x in Stunden

a3) Wird die Schlafdauer erhöht, so sinkt die Fernsehzeit.

a4) $f(7,5) = 2,9...$

Bei einer Schlafdauer von 7,5 h beträgt die Fernsehzeit gemäß diesem Modell rund 3 h.

b1) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$P(300 < X < 480) = 0,889...$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 89 %.

b2) $P(X \geq 400) = P\left(X \leq \boxed{328}\right)$

c1) $\mu = 410 \text{ min}$

Toleranzbereich: [405; 415]

c2) Der Graph der zugehörigen Dichtefunktion ist im Vergleich zum abgebildeten Graphen nach links verschoben.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B1: für das richtige Berechnen des arithmetischen Mittels

a2) 1 × B2: für das richtige Ermitteln der Gleichung der linearen Regressionsfunktion

a3) 1 × C: für das richtige Interpretieren des Vorzeichens der Steigung im gegebenen Sachzusammenhang

a4) 1 × B3: für das richtige Berechnen der Fernsehzeit

b1) 1 × B: für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit

b2) 1 × A: für das richtige Eintragen der fehlenden Zahl

c1) 1 × C1: für das richtige Ablesen des Erwartungswerts (Toleranzbereich: [405; 415])

c2) 1 × C2: für das richtige Beschreiben