

Obsthändler*

Aufgabennummer: B_489

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Ein Obsthändler plant die Renovierung seiner Geschäftsräume.

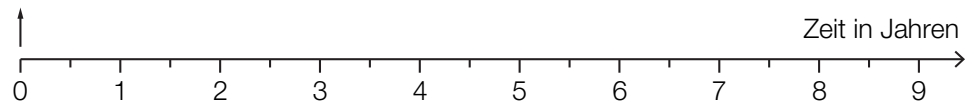
a) Die Renovierung soll durch einen Kredit in Höhe von € 60.000 finanziert werden.

Das Angebot einer Bank sieht folgende Rückzahlungen vor:

- eine Einmalzahlung in Höhe von € 15.000 am Ende des 1. Jahres
- eine weitere Einmalzahlung in Höhe von € 20.000 am Ende des 3. Jahres
- 6 Halbjahresraten in Höhe von jeweils R , die erste Rate ist am Ende des 4. Jahres fällig

1) Veranschaulichen Sie diese Rückzahlungen auf der nachstehenden Zeitachse.

Auszahlung: € 60.000



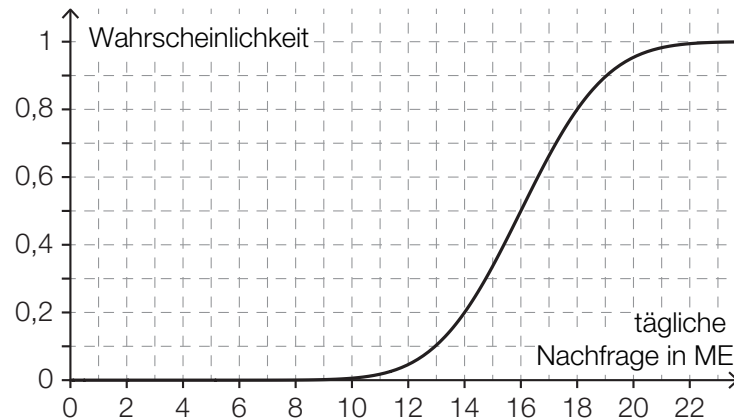
Rückzahlungen:

2) Berechnen Sie die Ratenhöhe R bei einem Semesterzinssatz von 3 % p. s.

b) Der Obsthändler überlegt, die Renovierung erst in 2 Jahren durchzuführen, um bis dahin Geld anzusparen. Er geht davon aus, dass er monatlich nachschüssig € 2.400 auf ein Konto einzahlen könnte. Dadurch möchte er innerhalb von 2 Jahren € 60.000 ansparen.

- 1) Berechnen Sie denjenigen effektiven Jahreszinssatz i , bei dem der Obsthändler sein Sparziel genau erreichen würde.
- 2) Begründen Sie ohne Berechnung, warum der zugehörige effektive Jahreszinssatz niedriger ist, wenn die monatlichen Einzahlungen vorschüssig erfolgen.

- c) Die tägliche Nachfrage X nach einer bestimmten Obstsorte ist bei diesem Obsthändler annähernd normalverteilt. Der Graph der zugehörigen Verteilungsfunktion ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



- 1) Lesen Sie aus der Abbildung den Erwartungswert μ und die Wahrscheinlichkeit $P(X \leq 14)$ ab.

$\mu =$ _____ ME

$P(X \leq 14) =$ _____

- 2) Ermitteln Sie mithilfe der abgelesenen Werte die Standardabweichung von X .

Der Obsthändler möchte herausfinden, welche Menge dieser Obstsorte er lagern sollte (Bestandsmenge). Zur Ermittlung der optimalen Bestandsmenge kann das sogenannte *Zeitungsjungen-Modell* verwendet werden.

Laut diesem Modell ist die Bestandsmenge q dann optimal, wenn Folgendes gilt:

Die Wahrscheinlichkeit, dass die tägliche Nachfrage höchstens q ist, beträgt $\frac{p-c}{p}$, also:

$$P(X \leq q) = \frac{p-c}{p}$$

q ... optimale Bestandsmenge in ME

c ... Einkaufspreis in GE/ME

p ... Verkaufspreis in GE/ME

- 3) Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung für $c = 2$ GE/ME und $p = 5$ GE/ME die zugehörige optimale Bestandsmenge.

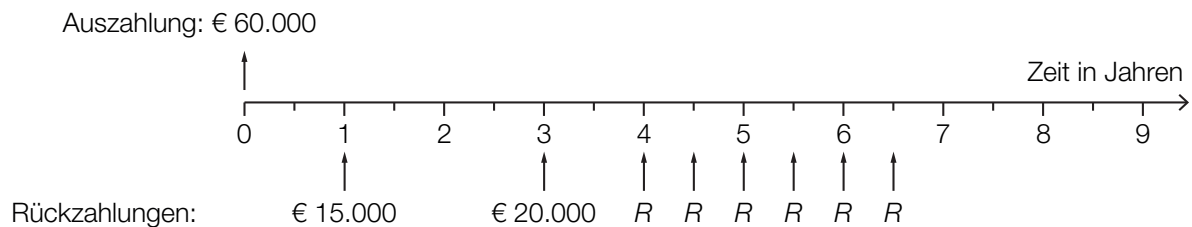
Man betrachtet den Ausdruck $\frac{p-c}{p}$ mit $p \neq 0$.

4) Kreuzen Sie die auf diesen Ausdruck zutreffende Aussage an. [1 aus 5]

Wenn man für p und c die gleiche positive Zahl einsetzt, ist der Ausdruck $\frac{p-c}{p}$ nicht definiert.	☐
Der Ausdruck $\frac{p-c}{p}$ kann auch in der Form $p - c : p$ angeschrieben werden.	☐
Wenn sowohl p als auch c verdoppelt werden, bleibt der Wert des Ausdrucks $\frac{p-c}{p}$ unverändert.	☐
Wenn p das Doppelte von c ist, dann hat der Ausdruck $\frac{p-c}{p}$ den Wert $\frac{1}{3}$.	☐
Der Ausdruck $\frac{p-c}{p}$ kann für $p \neq 1$ zu $1 - c$ vereinfacht werden.	☐

Möglicher Lösungsweg

a1)



a2) $60\,000 = \frac{15\,000}{1,03^2} + \frac{20\,000}{1,03^6} + R \cdot \frac{1,03^6 - 1}{0,03} \cdot \frac{1}{1,03^{13}} \Rightarrow R = 6\,609,203\dots$

Die Ratenhöhe beträgt € 6.609,20.

b1) q_{12} ... monatlicher Aufzinsungsfaktor

$$60\,000 = 2\,400 \cdot \frac{q_{12}^{24} - 1}{q_{12} - 1}$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz: $q_{12} = 1,00353\dots$

$$i = q_{12}^{12} - 1 = 0,04319\dots$$

Der effektive Jahreszinssatz beträgt rund 4,32 %.

b2) Im Falle vorschüssiger Einzahlungen wird jede Einzahlung 1 Monat länger verzinst. Da der Endwert gleich hoch ist, muss im Vergleich zu nachschüssigen Einzahlungen der zugehörige effektive Jahreszinssatz niedriger sein.

c1) $\mu = 16 \text{ ME}$
 $P(X \leq 14) = 0,2$

c2) Berechnung mittels Technologieeinsatz: $\sigma = 2,376...$
 Die Standardabweichung beträgt rund 2,38 ME.

c3) $\frac{5-2}{5} = 0,6$

Ablesen derjenigen Menge q , für die gilt: $P(X \leq q) = 0,6$

$q \approx 16,6 \text{ ME}$

Toleranzbereich: $[16,4; 16,8]$

c4)		
	Wenn sowohl p als auch c verdoppelt werden, bleibt der Wert des Ausdrucks $\frac{p-c}{p}$ unverändert.	☒

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A1: für das richtige Veranschaulichen der Rückzahlungen

a2) 1 × A2: für den richtigen Ansatz

1 × B: für das richtige Berechnen der Ratenhöhe

b1) 1 × B: für das richtige Berechnen des effektiven Jahreszinssatzes

b2) 1 × D: für das richtige Begründen

c1) 1 × C1: für das richtige Ablesen des Erwartungswerts und der Wahrscheinlichkeit

c2) 1 × B: für das richtige Ermitteln der Standardabweichung

c3) 1 × C2: für das richtige Ermitteln der optimalen Bestandsmenge

(Toleranzbereich: $[16,4; 16,8]$)

c4) 1 × C3: für das richtige Ankreuzen