

Weihnachtsmarkt*

Aufgabennummer: B_479

Technologieeinsatz:

möglich ☒

erforderlich ☐

- a) Auf einem Weihnachtsmarkt werden Lebkuchensterne, Marmelade und Socken verkauft. Während des ersten Tages wurden 25 Personen bedient. Jede dieser Personen kaufte mindestens ein Produkt.

L ... Menge der Personen, die Lebkuchensterne kauften

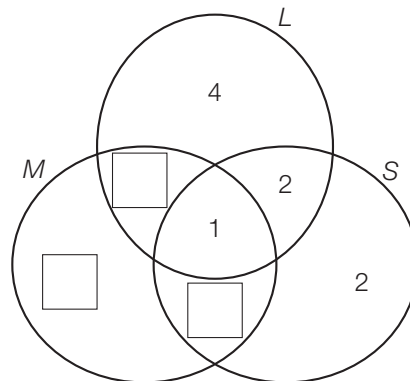
M ... Menge der Personen, die Marmelade kauften

S ... Menge der Personen, die Socken kauften

6 Personen kauften sowohl Marmelade als auch Lebkuchensterne, aber keine Socken.

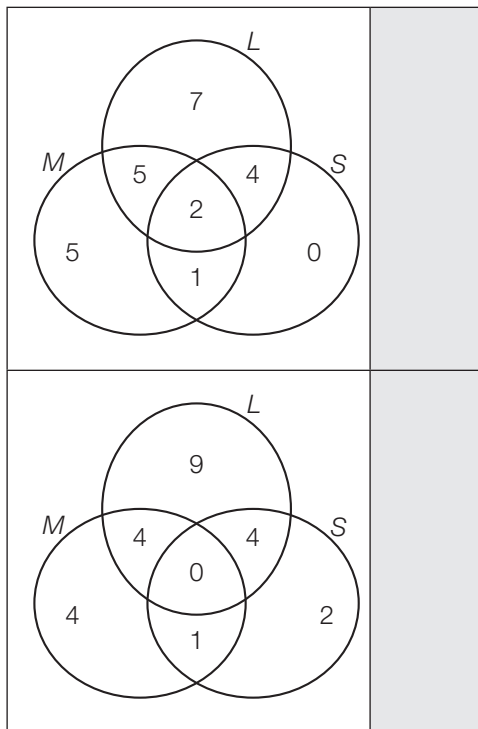
8 Personen kauften Socken.

- 1) Vervollständigen Sie das nachstehende Venn-Diagramm durch Eintragen der fehlenden Werte in die dafür vorgesehenen Kästchen.
- 2) Markieren Sie im nachstehenden Venn-Diagramm die Menge $(L \cap S) \setminus M$.
- 3) Beschreiben Sie die Menge $(L \cap S) \setminus M$ im gegebenen Sachzusammenhang.



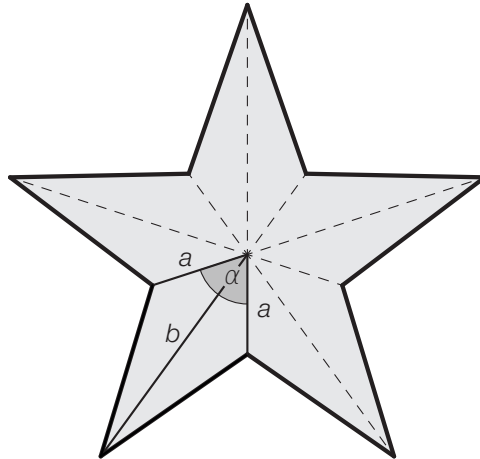
Auch für die folgenden Tage wurden Venn-Diagramme erstellt.

- 4) Ordnen Sie den beiden Venn-Diagrammen jeweils die passende Aussage aus A bis D zu. [2 zu 4]



A	Es gab mehr Personen, die genau 2 verschiedene Produkte kauften, als Personen, die nur Lebkuchensterne kauften.
B	Es gab gleich viele Personen, die sowohl Socken als auch Lebkuchensterne kauften, wie Personen, die nur Marmelade kauften.
C	Es gab mehr Personen, die alle 3 Produkte kauften, als Personen, die nur Marmelade kauften.
D	Es gab weniger Personen, die sowohl Lebkuchensterne als auch Socken kauften, als Personen, die sowohl Marmelade als auch Socken kauften.

- b) In der nachstehenden Abbildung ist eine Ausstechform für Lebkuchensterne dargestellt. Es handelt sich dabei um einen regelmäßigen 5-zackigen Stern.



Zur Berechnung der Länge einer Strecke x wird folgender Ausdruck aufgestellt:

$$x = \sqrt{a^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot a \cdot \cos(\alpha)}$$

- 1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung die Strecke x ein.

Für eine bestimmte Ausstechform gilt:

$$a = 2 \text{ cm}$$

$$b = 5 \text{ cm}$$

$$\alpha = 72^\circ$$

- 2) Berechnen Sie den Flächeninhalt eines mit dieser Ausstechform ausgestochenen Lebkuchensterns.

- c) Aus einem Teig werden mit einer Ausstechform Lebkuchenherzen ausgestochen. Der Flächeninhalt eines solchen Lebkuchenherzens beträgt A (in cm^2), die Dicke beträgt d (in cm). N Lebkuchenherzen haben insgesamt ein Volumen V (in cm^3).



- 1) Erstellen Sie aus A , V und d eine Formel zur Berechnung von N .

$$N = \underline{\hspace{5cm}}$$

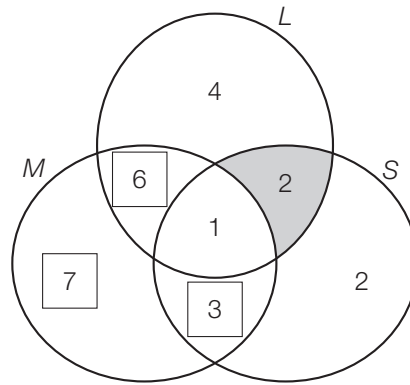
- d) Jemand beobachtete auf dem Weihnachtsmarkt das Kaufverhalten und bestimmte die folgenden Wahrscheinlichkeiten:

Anzahl n der Marmeladegläser	Wahrscheinlichkeit für den Kauf von n Marmeladegläsern pro Person
0	0,24
1	0,38
2	0,16
3	0,12
4	
≥ 5	0

- 1) Vervollständigen Sie die obige Tabelle durch Eintragen des fehlenden Wertes.
- 2) Berechnen Sie den Erwartungswert für die Anzahl der gekauften Marmeladegläser pro Person.

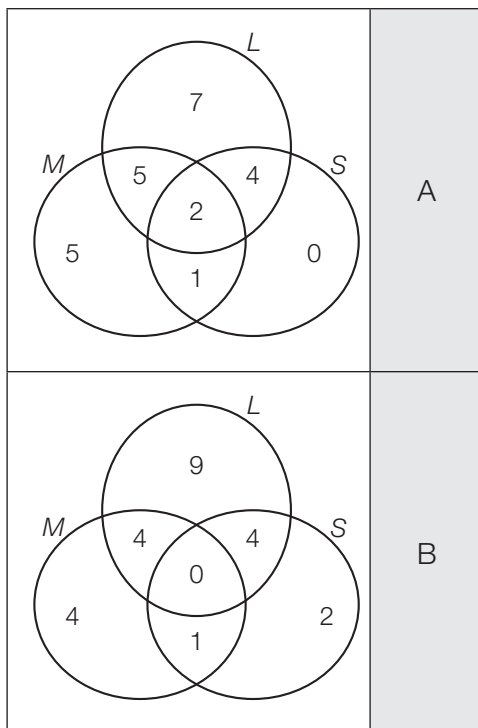
Möglicher Lösungsweg

a1 und a2)



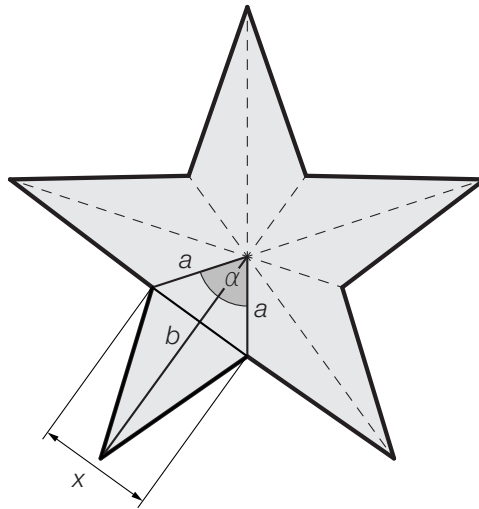
a3) $(L \cap S) \setminus M$ beschreibt die Menge aller Personen, die sowohl Lebkuchensterne als auch Socken, aber keine Marmelade kauften.

a4)



A	Es gab mehr Personen, die genau 2 verschiedene Produkte kauften, als Personen, die nur Lebkuchensterne kauften.
B	Es gab gleich viele Personen, die sowohl Socken als auch Lebkuchensterne kauften, wie Personen, die nur Marmelade kauften.
C	Es gab mehr Personen, die alle 3 Produkte kauften, als Personen, die nur Marmelade kauften.
D	Es gab weniger Personen, die sowohl Lebkuchensterne als auch Socken kauften, als Personen, die sowohl Marmelade als auch Socken kauften.

b1)



$$\text{b2)} \quad 10 \cdot \frac{a \cdot b}{2} \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 10 \cdot \frac{2 \cdot 5}{2} \cdot \sin(36^\circ) = 29,38\dots$$

Der Flächeninhalt beträgt rund 29,4 cm².

$$\text{c1)} \quad N = \frac{V}{d \cdot A}$$

d1)

Anzahl n der Marmeladegläser	Wahrscheinlichkeit für den Kauf von n Marmeladegläsern pro Person
0	0,24
1	0,38
2	0,16
3	0,12
4	0,1
≥ 5	0

$$\text{d2)} \quad 0 \cdot 0,24 + 1 \cdot 0,38 + 2 \cdot 0,16 + 3 \cdot 0,12 + 4 \cdot 0,1 = 1,46$$

Der Erwartungswert für die Anzahl der gekauften Marmeladegläser pro Person beträgt 1,46.

Lösungsschlüssel

- a1) 1 × A: für das richtige Vervollständigen des Venn-Diagramms
- a2) 1 × C1: für das richtige Markieren
- a3) 1 × C2: für das richtige Beschreiben im gegebenen Sachzusammenhang
- a4) 1 × C3: für das richtige Zuordnen
- b1) 1 × A: für das richtige Einzeichnen von x in einer beliebigen Zacke
- b2) 1 × B: für das richtige Berechnen des Flächeninhalts
- c1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel
- d1) 1 × A: für das richtige Vervollständigen der Tabelle
- d2) 1 × B: für das richtige Berechnen des Erwartungswerts