

Bitterfelder Bogen*

Aufgabennummer: B_477

Technologieeinsatz:

möglich ☐

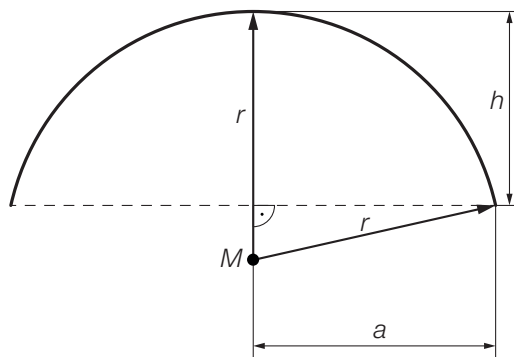
erforderlich ☒

Der *Bitterfelder Bogen* ist eine Stahlkonstruktion, die aus mehreren Bögen besteht. Ein aus Rampen bestehender Fußweg führt innerhalb der Bögen zu einer Aussichtsplattform.



Bildquelle: JoeB07 [GFDL or CC BY 3.0], from Wikimedia Commons, [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Bitterfelder_Bogen_\(2\).jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Bitterfelder_Bogen_(2).jpg) [20.11.2018].

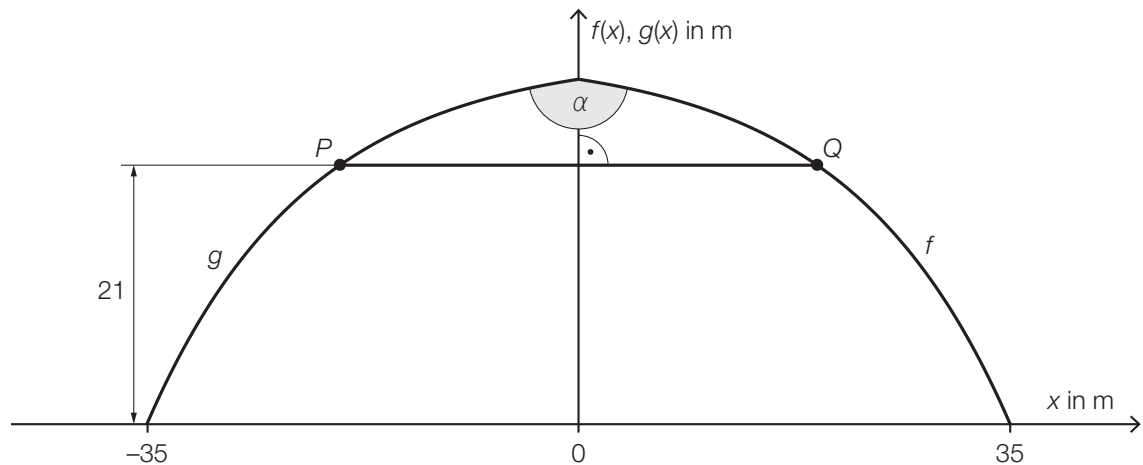
- a) In der nachstehenden Skizze wird der äußere Rand der Stahlkonstruktion näherungsweise durch einen Kreisbogen mit dem Mittelpunkt M und dem Radius r dargestellt.



- 1) Erstellen Sie aus a und h eine Formel zur Berechnung des Radius r .

$r =$ _____

- b) Der Verlauf des Bogens kann näherungsweise durch die Graphen der Funktionen f und g dargestellt werden. Die Graphen der beiden Funktionen sind zueinander symmetrisch bezüglich der senkrechten Achse. (Siehe nachstehende Abbildung.)



Es gilt:

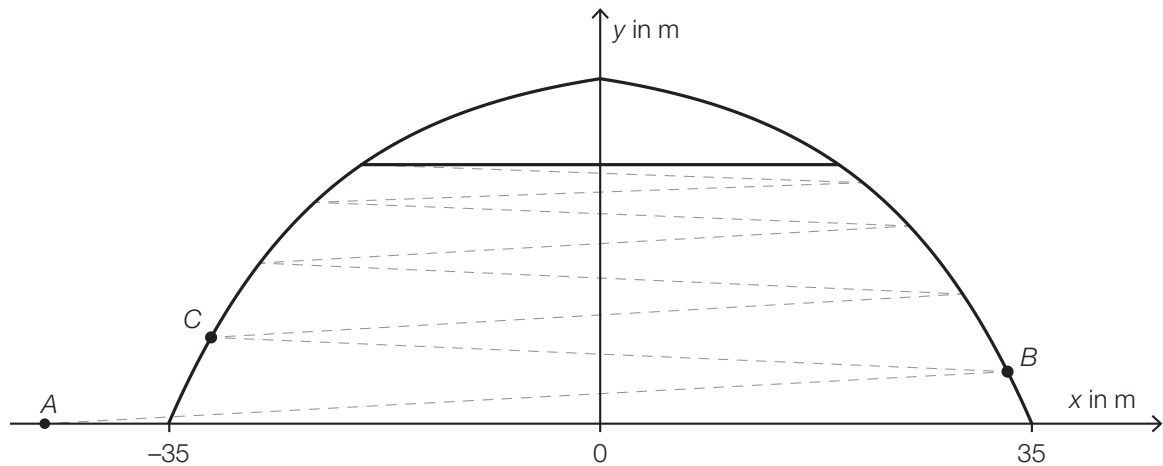
$$f(x) = 30 \cdot \left(1 - e^{\frac{x-35}{13}}\right) \text{ mit } 0 \leq x \leq 35$$

In einer Höhe von 21 m befindet sich die Aussichtsplattform.

- 1) Berechnen Sie die Länge $\overline{PQ}$.
- 2) Berechnen Sie den Schnittwinkel α der Graphen der Funktionen f und g .
- 3) Interpretieren Sie das Ergebnis des nachstehenden Ausdrucks im gegebenen Sachzusammenhang.

$$2 \cdot \int_0^{35} \sqrt{1 + \left(-\frac{30}{13} \cdot e^{\frac{x-35}{13}}\right)^2} dx = 94,57...$$

- c) Der Fußweg zur Aussichtsplattform besteht aus einzelnen Rampen (siehe strichlierte Geradenstücke in der nachstehenden modellhaften Abbildung).



Es gilt: $A = (-45 | 0)$, $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 78 \\ 4,2 \end{pmatrix}$

- 1) Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes B .

Die Neigungswinkel der Rampen sind jeweils gleich groß.

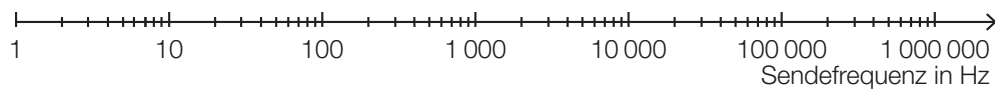
Es soll eine Parameterdarstellung der Geraden g durch die Punkte B und C erstellt werden.

- 2) Tragen Sie die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$$g: X = \begin{pmatrix} \boxed{} \\ \boxed{} \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} \boxed{} \\ \boxed{} \end{pmatrix}$$

- d) Ein Läufer verwendet den Fußweg zur Aussichtsplattform als Trainingsstrecke. Mithilfe eines Brustgurts misst er seine Herzfrequenz. Diese wird an seine Pulsuhr mit einer Sendefrequenz von 5 Kilohertz (kHz) übermittelt.

- 1) Tragen Sie in der nachstehenden logarithmischen Skala die Sendefrequenz des Brustgurts ein.



Der Läufer hat wiederholt seinen Maximalpuls (in Herzschlägen pro Minute) gemessen:

182	192	183	185	189	185	179	189	192
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Der Maximalpuls des Läufers kann als annähernd normalverteilt angenommen werden.

- 2) Ermitteln Sie den zweiseitigen 95-%-Vertrauensbereich für den Erwartungswert des Maximalpulses.

Möglicher Lösungsweg

a1) $r^2 = a^2 + (r - h)^2 \Rightarrow r = \frac{a^2}{2 \cdot h} + \frac{h}{2}$

b1) $f(x) = 21 \text{ oder } 30 \cdot \left(1 - e^{\frac{x-35}{13}}\right) = 21 \Rightarrow x = 19,34\dots$

$\overline{PQ} = 2 \cdot 19,34\dots = 38,69\dots$

Die Länge $\overline{PQ}$ beträgt rund 38,7 m.

b2) $f'(x) = -\frac{30}{13} \cdot e^{\frac{x-35}{13}}$

$f'(0) = -0,156\dots$

Steigungswinkel: $\arctan(-0,156\dots) = -8,88\dots^\circ$

$\alpha = 180^\circ - 2 \cdot 8,8\dots^\circ = 162,23\dots^\circ$

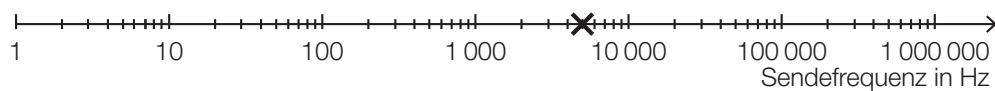
b3) Es wird die Länge des Bogens berechnet.

c1) $\begin{pmatrix} -45 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 78 \\ 4,2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 33 \\ 4,2 \end{pmatrix}$

$B = (33|4,2)$

c2) $g: X = \begin{pmatrix} 33 \\ 4,2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -78 \\ 4,2 \end{pmatrix}$

d1)



d2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

Stichprobenmittelwert: $\bar{x} = 186,22\dots$

Stichprobenstandardabweichung: $s_{n-1} = 4,54\dots$

Berechnung des Vertrauensbereichs mithilfe der t -Verteilung:

$\mu_u = 186,22\dots - t_{8;0,975} \cdot \frac{4,54\dots}{\sqrt{9}} = 182,72\dots$

$\mu_o = 186,22\dots + t_{8;0,975} \cdot \frac{4,54\dots}{\sqrt{9}} = 189,71\dots$

Vertrauensbereich: $[182,7; 189,7]$ (in Herzschlägen pro Minute)

Lösungsschlüssel

- a1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel
- b1) 1 × B1: für das richtige Berechnen der Länge $\overline{PQ}$
- b2) 1 × B2: für das richtige Berechnen des Schnittwinkels α
- b3) 1 × C: für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang
- c1) 1 × B: für das richtige Berechnen der Koordinaten des Punktes B
- c2) 1 × A: für das richtige Eintragen der fehlenden Zahlen
- d1) 1 × A: für das richtige Eintragen in der logarithmischen Skala
- d2) 1 × B: für das richtige Ermitteln des Vertrauensbereichs