

Blumentopf*

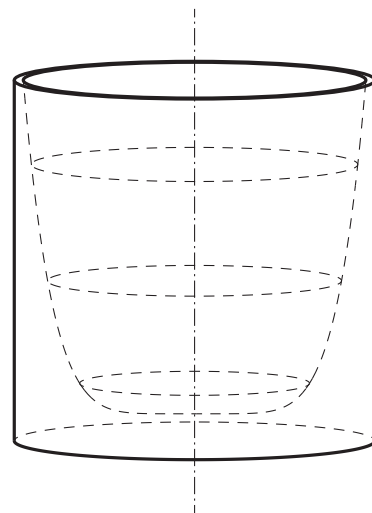
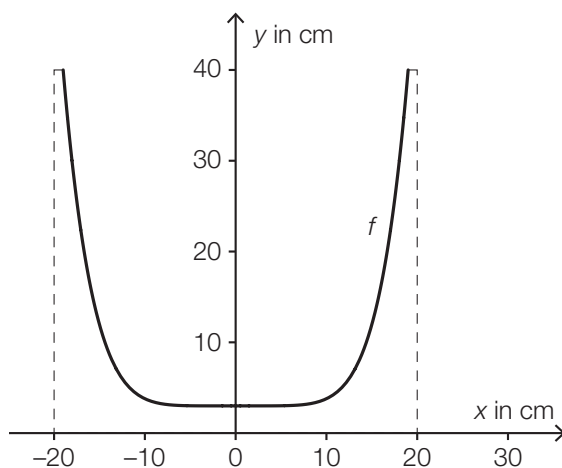
Aufgabennummer: B_474

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

- a) Ein Unternehmen produziert Blumentöpfe.
Der Außendurchmesser eines solchen Blumentopfs beträgt 40 cm. Auch die Gesamthöhe des Blumentopfs beträgt 40 cm. (Siehe nachstehende Abbildung.)



Für die Funktion f mit $f(x) = y$ gilt:

$$y = \frac{37}{19^6} \cdot x^6 + 3 \quad \text{mit } -19 \leq x \leq 19$$

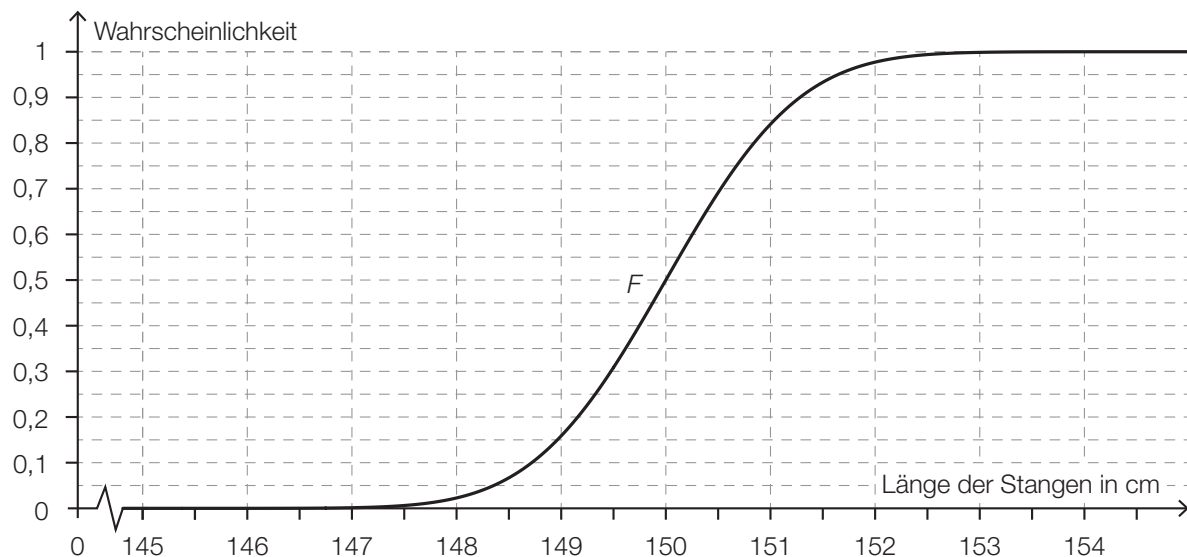
- 1) Begründen Sie, warum f eine gerade Funktion ist.

Die Innenwand des Blumentopfs entsteht durch Rotation des oben dargestellten Graphen von f um die y -Achse.

- 2) Berechnen Sie das Innenvolumen des Blumentopfs.

- b) Ein Unternehmen produziert Stangen für Kletterpflanzen. Die Länge dieser Stangen ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 150$ cm.

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der zugehörigen Verteilungsfunktion F .



- 1) Lesen Sie aus der obigen Abbildung den Wert der Standardabweichung ab.
- 2) Veranschaulichen Sie in der obigen Abbildung die Wahrscheinlichkeit, die durch den nachstehenden Ausdruck berechnet wird.
 $1 - F(149,5)$

Ein anderes Unternehmen produziert auch solche Stangen. Die Länge dieser Stangen ist ebenfalls annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 150$ cm. Es ist bekannt, dass 92,3 % dieser Stangen eine Länge von höchstens 151 cm haben.

- 3) Berechnen Sie die zugehörige Standardabweichung.

- c) Der Erlös aus dem Verkauf von Blumentöpfen kann durch die Funktion E beschrieben werden:

$$E(x) = 20 \cdot x - 0,12 \cdot x^2$$

x ... Verkaufsmenge in ME

$E(x)$... Erlös bei der Verkaufsmenge x in GE

- 1) Ermitteln Sie das größtmögliche Intervall für x , in dem der Erlös mindestens 100 GE beträgt.

Möglicher Lösungsweg

a1) Die Funktion f ist gerade, weil der Graph symmetrisch zur y -Achse ist.

oder:

Die Funktion f ist gerade, weil $f(x) = f(-x)$.

oder:

Die Funktion f ist gerade, weil f eine Polynomfunktion ist, in der die einzige auftretende Potenz von x einen geradzahigen Exponenten hat.

a2) Ansatz: $\pi \cdot \int_3^{40} x^2 dy$

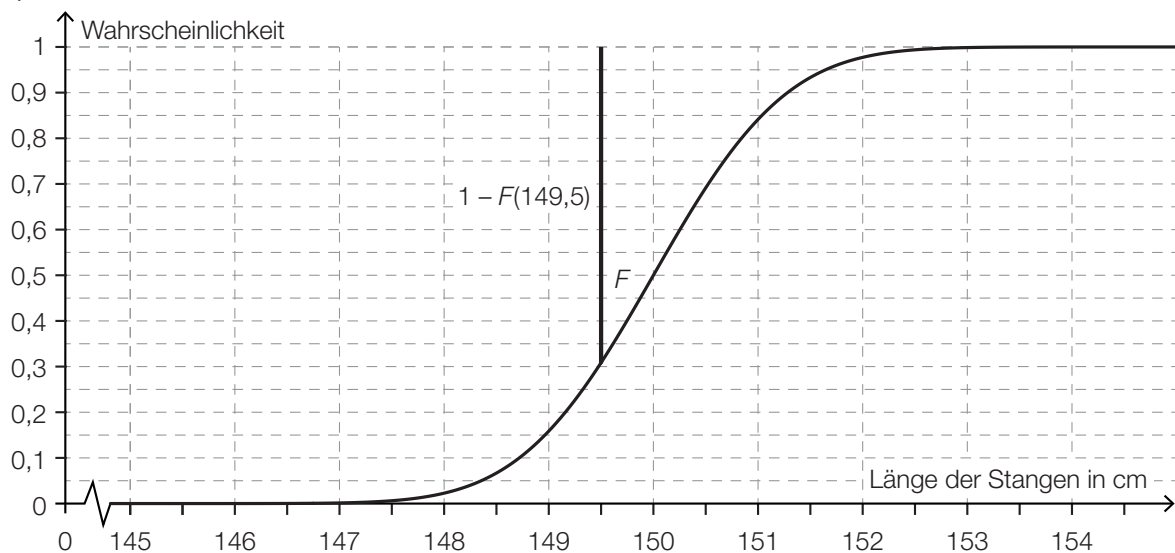
$$\pi \cdot \int_3^{40} 19^2 \cdot \sqrt[3]{\frac{y-3}{37}} dy = 31\,471,6\dots$$

Das Innenvolumen des Blumentopfs beträgt rund $31\,472 \text{ cm}^3$.

b1) $\sigma = 1 \text{ cm}$

Toleranzbereich: $[0,7; 1,3]$

b2)



b3) X ... Länge der Stangen in cm

$$P(X \leq 151) = 0,923$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$\sigma = 0,70\dots \text{ cm}$$

c1) $E(x) = 100$ oder $20 \cdot x - 0,12 \cdot x^2 = 100$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$x_1 = 5,15\dots$$

$$x_2 = 161,50\dots$$

Intervall: $[5,15\dots; 161,50\dots]$

Lösungsschlüssel

a1) 1 × D: für das richtige Begründen

a2) 1 × A: für den richtigen Ansatz

1 × B: für das richtige Berechnen des Innenvolumens

b1) 1 × C: für das richtige Ablesen der Standardabweichung (Toleranzbereich: $[0,7; 1,3]$)

b2) 1 × A: für das richtige Veranschaulichen der Wahrscheinlichkeit

b3) 1 × B: für das richtige Berechnen der Standardabweichung

c1) 1 × B: für das richtige Ermitteln des Intervalls