

Wasseräquivalent einer Schneedecke*

Aufgabennummer: B_473

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Das Wasseräquivalent W einer Schneedecke gibt diejenige Höhe an, bis zu der das Wasser steht, wenn die Schneedecke schmilzt. Dabei wird vorausgesetzt, dass das Wasser nicht abfließen kann und das Wasser und die Schneedecke gleich große Flächen bedecken.

- a) Das Wasseräquivalent W einer Schneedecke kann mithilfe folgender Formel berechnet werden:

$$W = \frac{m}{\rho_{\text{Wasser}} \cdot A}$$

m ... Masse des Schnees (bzw. Masse des Wassers) in kg

ρ_{Wasser} ... Dichte des Wassers in kg/m³

A ... Flächeninhalt der schneebedeckten Fläche in m²

- 1) Zeigen Sie, dass das Wasseräquivalent mit der obigen Formel in der Längeneinheit Meter ermittelt wird.

- b) Die von der Erde abgestrahlte Gammastrahlung wird beim Durchgang durch eine Schneedecke abgeschwächt. Die Abschwächung hängt vom Wasseräquivalent der Schneedecke ab.

Die Funktion E beschreibt die Intensität der abgeschwächten Gammastrahlung in Abhängigkeit vom Wasseräquivalent W der Schneedecke. Die 1. Ableitung $\frac{dE}{dW}$ ist direkt proportional zu $-E$. Die zugehörige Proportionalitätskonstante $k > 0$ wird als Absorptionskoeffizient bezeichnet.

- 1) Stellen Sie die zugehörige Differenzialgleichung auf.
2) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung dieser Differenzialgleichung.

* ehemalige Klausuraufgabe

Möglicher Lösungsweg

a1) Durch das Einsetzen der Einheiten folgt:

$$\frac{\text{kg}}{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \text{m}^2} = \text{m}$$

b1) $\frac{dE}{dW} = -k \cdot E$

b2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$E(W) = C \cdot e^{-k \cdot W}$$

oder:

$$\frac{E'}{E} = -k$$

$$\int \frac{E'}{E} dW = \int -k dW$$

$$\ln|E(W)| = -k \cdot W + C_1$$

$$E(W) = C \cdot e^{-k \cdot W}$$

Lösungsschlüssel

a1) 1 × D: für den richtigen Nachweis

b1) 1 × A: für das richtige Aufstellen der Differenzialgleichung

b2) 1 × B: für das richtige Bestimmen der allgemeinen Lösung