

Kunstvolle Becher*

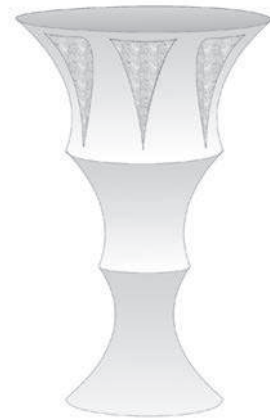
Aufgabennummer: B_472

Technologieeinsatz:

möglich ☐

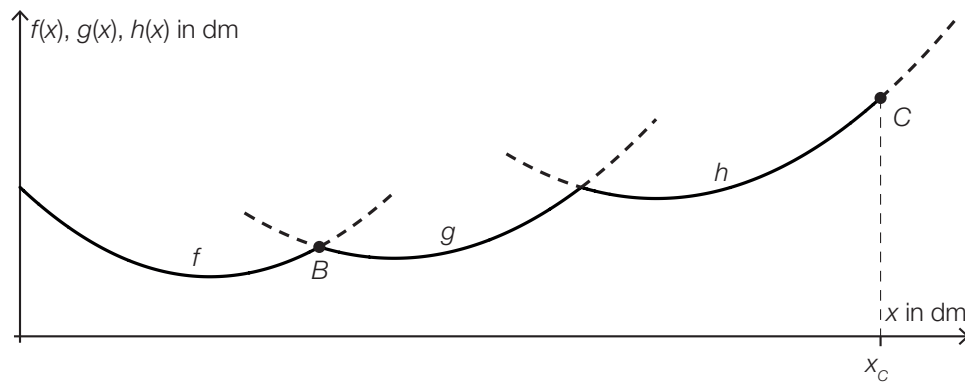
erforderlich ☒

Bei einer Ausgrabung wurden antike Becher gefunden.
Eine Künstlerin wird anlässlich dieses Fundes damit beauftragt,
eine becherförmige Skulptur zu entwerfen.



* ehemalige Klausuraufgabe

- a) Die äußere Begrenzungsline der becherförmigen Skulptur kann abschnittsweise durch die quadratischen Funktionen f , g und h modelliert werden:



Es wird folgende Berechnung durchgeführt:

$$\gamma = 90^\circ - \arctan(h'(x_C))$$

- 1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung den Winkel γ ein.

Für die Funktionen f und g gilt:

$$f(x) = 0,117 \cdot x^2 - 1,18 \cdot x + 5$$

$$g(x) = 0,0952 \cdot x^2 - 1,9 \cdot x + 12,1$$

x , $f(x)$, $g(x)$... Koordinaten in dm

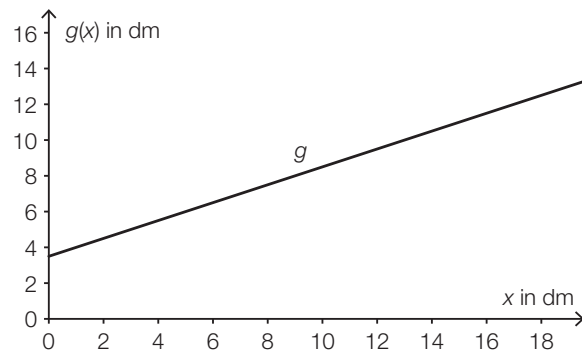
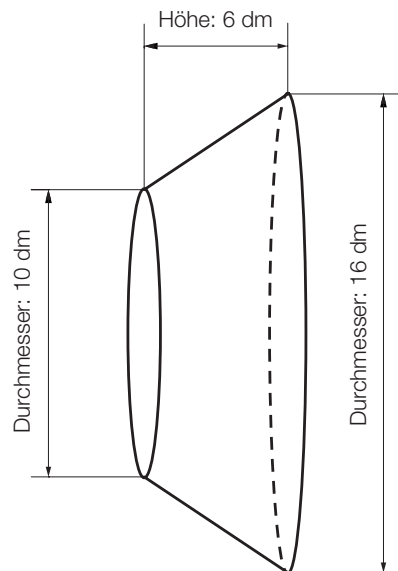
f und g schneiden einander im Punkt B .

- 2) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts B .
 3) Berechnen Sie den Schnittwinkel von f und g im Schnittpunkt B .

Für einen alternativen Entwurf sollen die dargestellten Graphen entlang der vertikalen Achse verschoben werden.

- 4) Geben Sie an, wie sich eine solche Verschiebung auf die Koeffizienten von f auswirkt.

- b) Der Sockel, auf dem die Skulptur montiert werden soll, hat die Form eines Kegelstumpfs (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Abbildung):



Dieser Kegelstumpf kann als Rotationskörper mithilfe der Funktion g beschrieben werden:

$$g(x) = \frac{1}{2} \cdot x + \frac{7}{2}$$

$x, g(x)$... Koordinaten in dm

- 1) Kreuzen Sie diejenige Formel an, mit deren Hilfe man das Volumen des dargestellten Kegelstumpfs berechnen kann. [1 aus 5]

$V = \pi \cdot \int_0^6 (g(x))^2 dx$	☐
$V = \pi \cdot \int_3^9 (g(x))^2 dx$	☐
$V = \pi \cdot \int_3^6 (g(x))^2 dx$	☐
$V = \pi \cdot \int_{10}^{16} (g(x))^2 dx$	☐
$V = \pi \cdot \int_5^8 (g(x))^2 dx$	☐

- c) Die Skulptur wird aus einer Legierung hergestellt, die aus Aluminium, Silizium und einer kleinen Menge Magnesium besteht.

Die Dichte von Aluminium beträgt $2,70 \text{ g/cm}^3$.

- 1) Geben Sie die Dichte ρ von Aluminium in der Einheit kg/m^3 an.

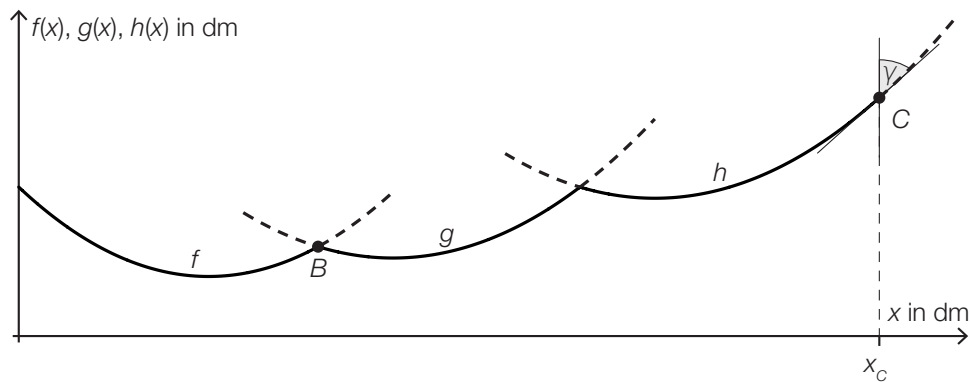
$\rho =$ _____ kg/m^3

Der Radius eines Magnesium-Atoms beträgt $1,5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. Ein Silizium-Atom hat einen um $0,04 \text{ nm}$ kleineren Radius.

- 2) Berechnen Sie den Radius eines Silizium-Atoms in Nanometern.

Möglicher Lösungsweg

a1)

a2) $f(x) = g(x)$

oder:

$$0,0952 \cdot x^2 - 1,9 \cdot x + 12,1 = 0,117 \cdot x^2 - 1,18 \cdot x + 5$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$(x_1 = -40,975\dots)$$

$$x_2 = 7,948\dots \approx 7,95$$

$$f(x_2) = 3,012\dots \approx 3,01$$

$$B \approx (7,95 | 3,01)$$

a3) $g'(7,948\dots) = -0,386\dots$

$$f'(7,948\dots) = 0,679\dots$$

Berechnung des Schnittwinkels:

$$\arctan(0,679\dots) + |\arctan(-0,386\dots)| = 55,350\dots^\circ \approx 55,4^\circ$$

Auch eine Berechnung des zugehörigen Supplementärwinkels ($124,6^\circ$) ist als richtig zu werten.

a4) Es ändert sich nur der Koeffizient 5 der Funktion f .

b1)

[...]	
$V = \pi \cdot \int_3^9 (g(x))^2 dx$	☒
[...]	
[...]	
[...]	

c1) $\rho = 2\,700 \text{ kg/m}^3$ c2) $1,5 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 0,15 \text{ nm}$ $0,15 \text{ nm} - 0,04 \text{ nm} = 0,11 \text{ nm}$

Der Radius eines Silizium-Atoms beträgt 0,11 nm.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × C1: für das richtige Einzeichnen des Winkels γ a2) 1 × B1: für die richtige Berechnung der Koordinaten von B a3) 1 × B2: für die richtige Berechnung des Schnittwinkels (Auch eine Berechnung des zugehörigen Supplementärwinkels ($124,6^\circ$) ist als richtig zu werten.)

a4) 1 × C2: für die richtige Angabe zur Auswirkung auf die Koeffizienten

b1) 1 × C: für das richtige Ankreuzen

c1) 1 × A: für das richtige Angeben der Dichte in kg/m^3

c2) 1 × B: für die richtige Berechnung des Radius eines Silizium-Atoms in Nanometern