

Kredit und Sparbuch*

Aufgabennummer: B_469

Technologieeinsatz:

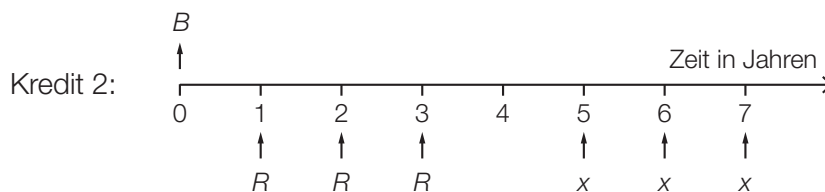
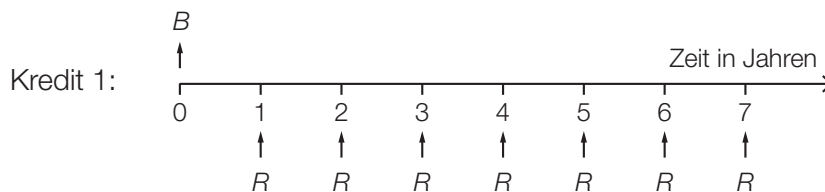
möglich ☐

erforderlich ☒

Die Begriffe *Kredit* und *Sparbuch* werden in dieser Aufgabe in vereinfachter Form ohne Berücksichtigung von Gebühren oder Steuern verwendet.

- a) Die unten stehenden Zeitachsen beschreiben die Rückzahlungen von 2 Krediten, die nach 7 Jahren vollständig getilgt sind.

Bei beiden Krediten sind der Zinssatz, die Kredithöhe B und die Ratenhöhe R jeweils gleich hoch.

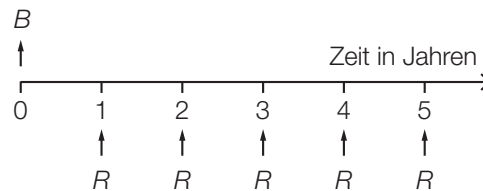


- 1) Argumentieren Sie, dass die Ratenhöhe x höher sein muss als die Ratenhöhe R .

Die Kredithöhe B beträgt € 10.000. Der Zinssatz beträgt 3 % p. a.

- 2) Berechnen Sie die Ratenhöhe R .
- 3) Berechnen Sie für Kredit 2 die Höhe der Restschuld zum Zeitpunkt $t = 4$ Jahre.

- b) Ein Kredit in der Höhe B wird mit einem Jahreszinssatz i verzinst. Die Höhe der jährlichen Rate beträgt R .



Nachdem die erste Rate R zurückgezahlt wurde, beträgt die Restschuld B_1 .

- 1) Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung von B_1 aus B , R und i .

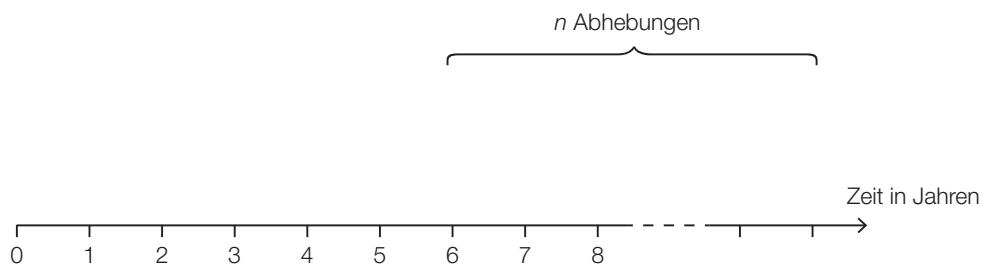
$$B_1 = \underline{\hspace{10cm}}$$

- c) Jemand zahlt in 4 aufeinanderfolgenden Jahren jeweils zu Jahresbeginn einen Betrag in Höhe von € 300 auf ein Sparbuch ein. Der Zinssatz beträgt 1,5 % p. a.

Beginnend 3 Jahre nach der letzten Einzahlung wird jeweils jährlich ein Betrag in Höhe von € 150 abgehoben.

Insgesamt finden n Abhebungen statt. Die letzte Abhebung setzt sich dabei aus den € 150 und einem Restbetrag x mit $€ 0 < x < € 150$ zusammen.

- 1) Vervollständigen Sie die nachstehende Zeitachse so, dass sie den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt.



Es wird folgende Berechnung durchgeführt:

$$K = 300 \cdot 1,015^6 + 300 \cdot 1,015^5 + 300 \cdot 1,015^4 + 300 \cdot 1,015^3 \approx 1\,283,33$$

- 2) Beschreiben Sie die Bedeutung von K im gegebenen Sachzusammenhang.
 3) Berechnen Sie die Anzahl n der Abhebungen.

Möglicher Lösungsweg

a1) Bei Kredit 2 wird eine Ratenzahlung ausgesetzt, dadurch muss die verbleibende Ratenhöhe x größer sein als die ursprüngliche Ratenhöhe R .

$$\text{a2)} \quad 10000 = R \cdot \frac{1,03^7 - 1}{0,03} \cdot \frac{1}{1,03^7}$$

$$R = 1605,063\dots$$

Die Ratenhöhe R beträgt € 1.605,06.

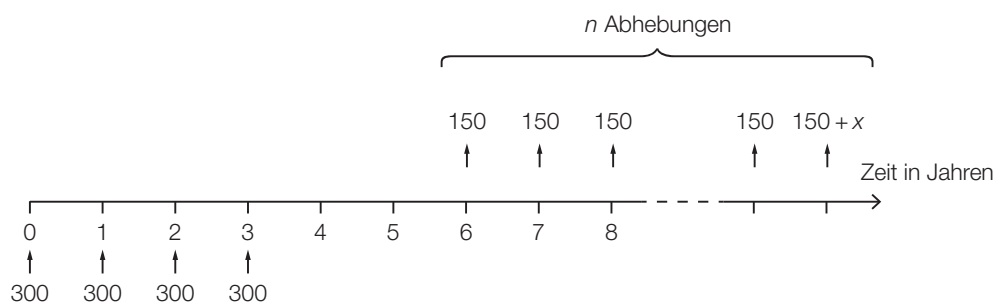
$$\text{a3)} \quad 10000 \cdot 1,03^4 - 1605,06 \cdot 1,03^3 - 1605,06 \cdot 1,03^2 - 1605,06 \cdot 1,03 = 6145,175\dots$$

Die Höhe der Restschuld zum Zeitpunkt 4 beträgt € 6.145,18.

Wird bei der Berechnung der Höhe der Restschuld die ungerundete Ratenhöhe verwendet, so ist dies ebenfalls als richtig zu werten.

$$\text{b1)} \quad B_1 = B \cdot (1 + i) - R$$

c1)



c2) K ist das angesparte Kapital nach 6 Jahren.

$$\text{c3)} \quad 1283,33 = 150 \cdot \frac{1,015^n - 1}{0,015} \cdot \frac{1}{1,015^{n-1}}$$

Lösung mittels Technologieeinsatz: $n = 9,0\dots$

Es finden 9 Abhebungen statt.

Lösungsschlüssel

- a1) 1 × D: für die richtige Argumentation
- a2) 1 × B1: für die richtige Berechnung der Ratenhöhe R
- a3) 1 × B2: für die richtige Berechnung der Höhe der Restschuld zum Zeitpunkt $t = 4$ Jahre
- b1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung von B_1
- c1) 1 × A: für das richtige Vervollständigen der Zeitachse
- c2) 1 × C: für die richtige Beschreibung im gegebenen Sachzusammenhang
- c3) 1 × B: für die richtige Berechnung von n