

Skulptur*

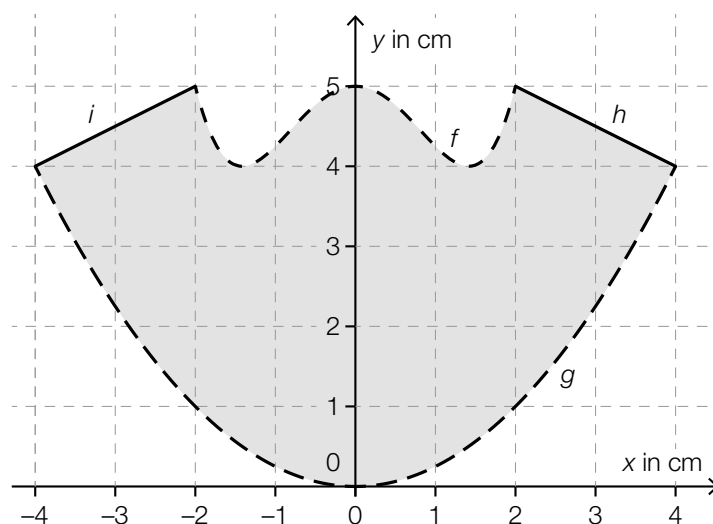
Aufgabennummer: B_464

Technologieeinsatz:

möglich ☒

erforderlich ☐

Eine Skulptur wird von oben betrachtet. Die Deckfläche ist waagrecht und eben. Sie ist in der nachstehenden Abbildung in einem Koordinatensystem dargestellt. Dabei ist die Deckfläche symmetrisch zur y -Achse und wird durch die Graphen der Funktionen f , g , h und i begrenzt.



- a) 1) Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts A der grau markierten Deckfläche.

$A =$ _____

- b) Für die Funktion f gilt:

$$f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^2 + c$$

$$\text{Es gilt: } f'(1) = -1$$

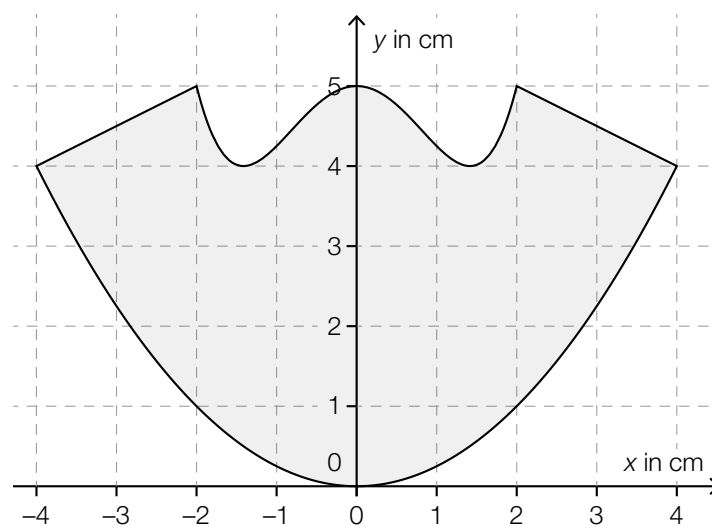
- 1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a , b und c .
- 2) Berechnen Sie die Koeffizienten a , b und c .

- c) Auf die Deckfläche der Skulptur soll ein Viereck nach bestimmten Vorgaben gemalt werden.

Ausgehend vom Punkt $(0|3)$ wird der Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ als Pfeil aufgezeichnet.

Vom Endpunkt dieses Pfeils ausgehend wird nun der Vektor $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix}$ als Pfeil aufgezeichnet.

- 1) Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ wie oben beschrieben als Pfeile ein.



Der Vektor $\vec{c}$ entsteht durch Spiegelung des Vektors $\vec{a}$ an der y -Achse.

- 2) Ergänzen Sie die Koordinaten dieses Vektors:

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} \boxed{} \\ \boxed{} \end{pmatrix}$$

Sind die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ wie oben beschrieben als Pfeile eingezeichnet und spiegelt man diese Pfeile an der y -Achse, so entsteht das Viereck.

- 3) Bestimmen Sie den Flächeninhalt dieses Vierecks.

Möglicher Lösungsweg

$$\text{a1) } A = 2 \cdot \left(\int_0^2 (f(x) - g(x)) dx + \int_2^4 (h(x) - g(x)) dx \right)$$

oder:

$$A = \int_{-4}^{-2} (i(x) - g(x)) dx + \int_{-2}^2 (f(x) - g(x)) dx + \int_2^4 (h(x) - g(x)) dx$$

$$\text{b1) } f'(x) = 4 \cdot a \cdot x^3 + 2 \cdot b \cdot x$$

$$f(0) = 5$$

$$f(2) = 5$$

$$f'(1) = -1$$

oder:

$$c = 5$$

$$16 \cdot a + 4 \cdot b + c = 5$$

$$4 \cdot a + 2 \cdot b = -1$$

Die Verwendung anderer Punkte auf dem Graphen von f für das Erstellen des Gleichungssystems ist ebenfalls als richtig zu werten.

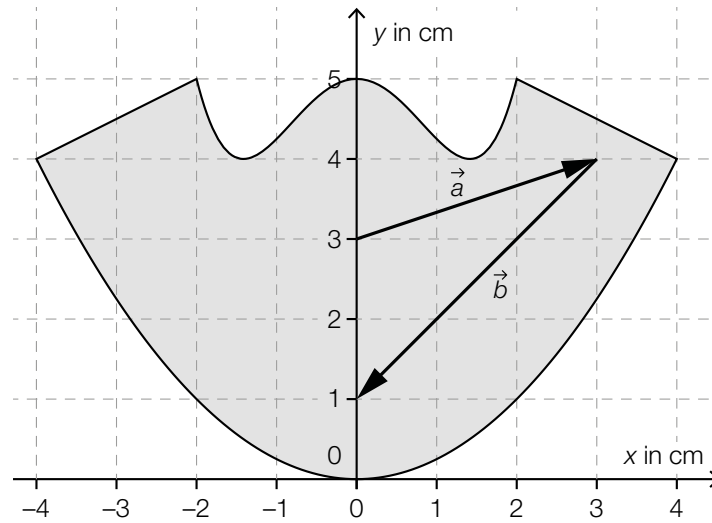
b2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$a = 0,25$$

$$b = -1$$

$$c = 5$$

c1)



c2) $\vec{c} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$

c3) $A = 18 - 3 - 9 = 6$
Der Flächeninhalt beträgt 6 cm^2 .

Lösungsschlüssel

- a1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung von A
- b1) 1 × A: für das richtige Erstellen des Gleichungssystems
- b2) 1 × B: für die richtige Berechnung der Koeffizienten
- c1) 1 × A: für das richtige Einzeichnen der Vektoren als Pfeile
- c2) 1 × C: für das richtige Ergänzen der Koordinaten des gespiegelten Vektors
- c3) 1 × B: für das richtige Bestimmen des Flächeninhalts