

## Brücken zwischen Gebäuden (1)\*

Aufgabennummer: B\_457

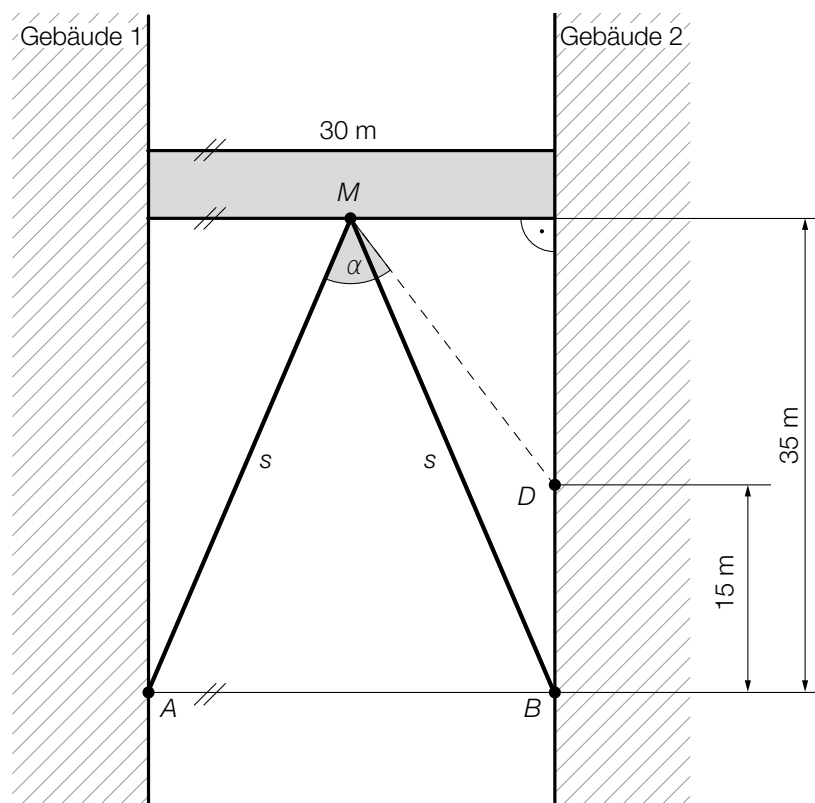
Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Gebäude können durch Brücken verbunden werden.

- a) Eine 30 m lange Brücke wird im Punkt  $M$  auf zwei Stützen der Länge  $s$  gelagert (siehe nachstehende Abbildung).

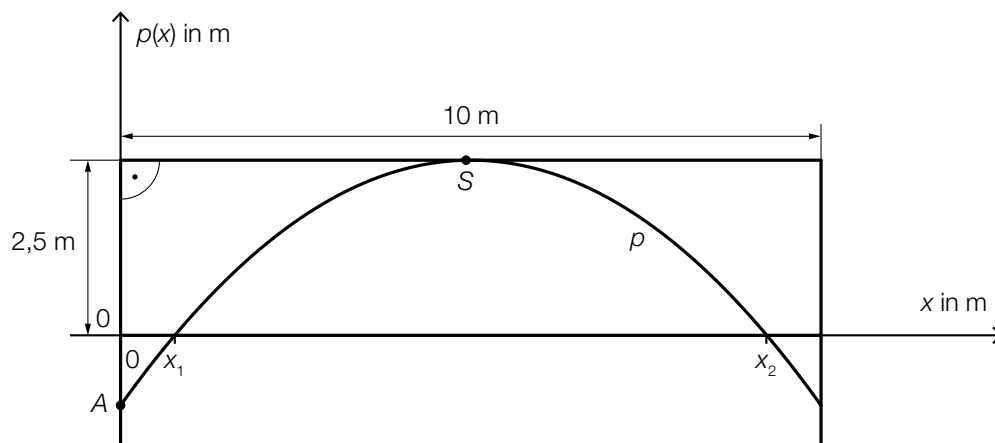


- 1) Berechnen Sie die Länge  $s$  einer Stütze.

Die Stütze  $MB$  soll durch eine neue Stütze  $MD$  ersetzt werden.

- 2) Berechnen Sie den Winkel  $\alpha$ .

- b) Eine Brücke soll zwei Gebäude verbinden. Die Brücke mit 10 m Länge wird auf einem parabelförmigen Bogen gelagert, der als Graph einer Funktion  $p$  mit  $p(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$  modelliert werden kann. Der Bogen wird im Punkt  $A = (0|-1)$  an der linken Gebäudemauer befestigt, der Scheitel ist im Punkt  $S = (5|2,5)$  (siehe nachstehende Abbildung).



- 1) Berechnen Sie die Koeffizienten der Funktion  $p$ .
- 2) Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung diejenige Fläche, deren Inhalt mit dem folgenden Ausdruck berechnet werden kann:

$$10 \cdot 2,5 - \int_{x_1}^{x_2} p(x) dx$$

Im Punkt  $A$  wird die Tangente an den Graphen der Funktion  $p$  gelegt. Diese Tangente schließt mit der senkrechten Achse den spitzen Winkel  $\beta$  ein.

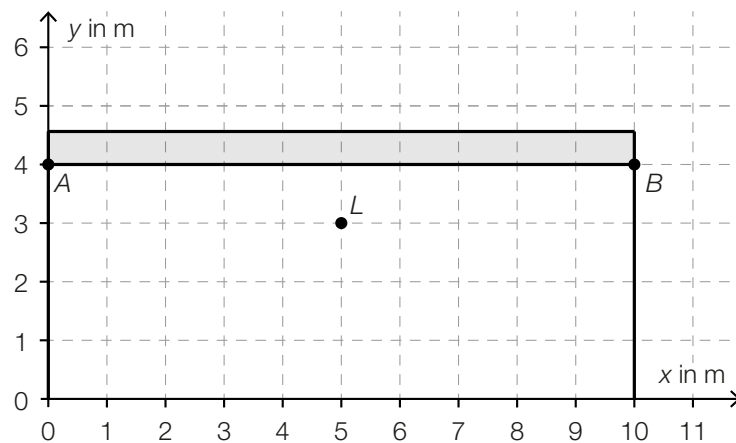
- 3) Kreuzen Sie die zutreffende Formel zur Berechnung des Winkels  $\beta$  an. [1 aus 5]

|                                             |                          |
|---------------------------------------------|--------------------------|
| $\beta = 90^\circ - \arctan(p'(0))$         | <input type="checkbox"/> |
| $\beta = \arctan\left(\frac{5}{3,5}\right)$ | <input type="checkbox"/> |
| $\beta = p'(0)$                             | <input type="checkbox"/> |
| $\beta = \tan\left(\frac{5}{p(0)}\right)$   | <input type="checkbox"/> |
| $\beta = \tan(p'(0))$                       | <input type="checkbox"/> |

- c) Unter einer Brücke zwischen zwei Gebäuden wird eine Lampe an zwei Seilen aufgehängt. Die Seile verbinden die Lampe  $L$  näherungsweise geradlinig mit dem Punkt  $A$  bzw. dem Punkt  $B$ .

Auf die Lampe wirken Kräfte, die man berechnen kann. Dabei verwendet jemand folgenden Zusammenhang:

$$\vec{a} = -(\vec{LA} + \vec{LB})$$



- 1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung den Vektor  $\vec{a}$  als Pfeil ausgehend von  $L$  ein.
- 2) Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung den Einheitsvektor von  $\vec{LB}$ .

## Möglicher Lösungsweg

a1)  $s = \sqrt{15^2 + 35^2} = \sqrt{1450} = 38,078\dots$

Die Länge einer Stütze beträgt rund 38,08 m.

a2) Ansatz:  $\overline{AD}^2 = s^2 + \overline{MD}^2 - 2 \cdot s \cdot \overline{MD} \cdot \cos(\alpha)$

$$\overline{AD} = \sqrt{15^2 + 30^2} = \sqrt{1125}$$

$$\overline{MD} = \sqrt{20^2 + 15^2} = \sqrt{625} = 25$$

$$1125 = 1450 + 625 - 2 \cdot \sqrt{1450} \cdot 25 \cdot \cos(\alpha) \Rightarrow \alpha = 60,06\dots^\circ$$

Der Winkel beträgt rund 60,1°.

b1)  $p(0) = -1$

$$p(5) = 2,5$$

$$p(10) = -1$$

oder:

$$c = -1$$

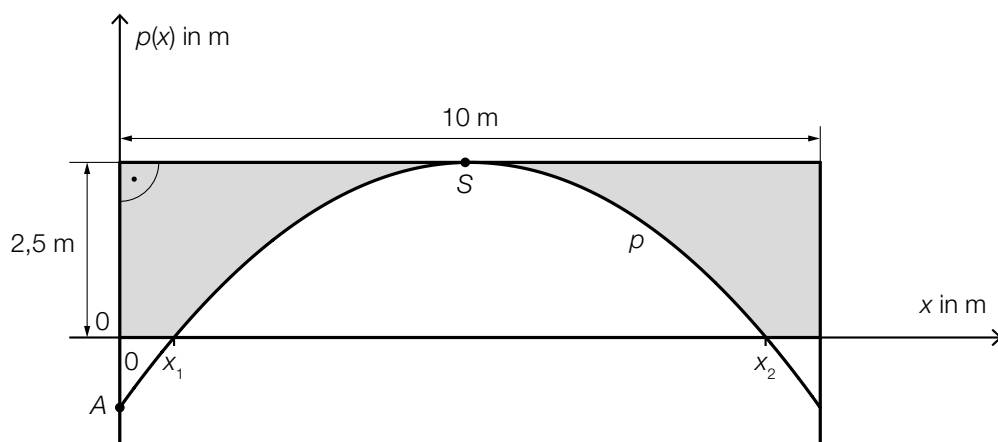
$$a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c = 2,5$$

$$a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c = -1$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$a = -\frac{7}{50}, \quad b = \frac{7}{5}, \quad c = -1$$

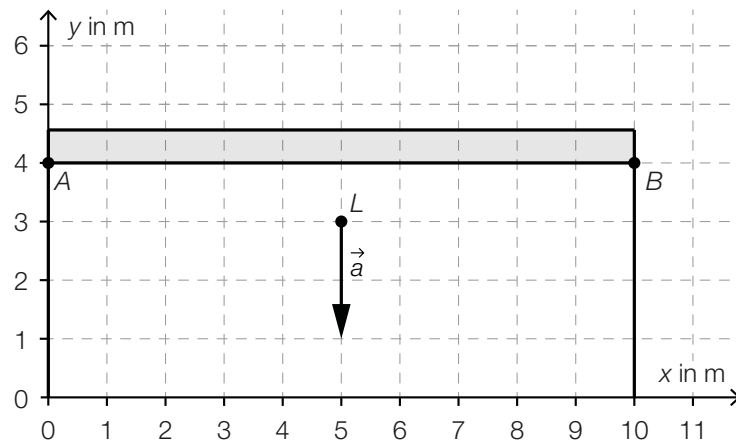
b2)



b3)

|                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| $\beta = 90^\circ - \arctan(p'(0))$ | <input checked="" type="checkbox"/> |
|                                     |                                     |
|                                     |                                     |
|                                     |                                     |
|                                     |                                     |

c1)



$$\text{c2)} \quad \vec{LB}_0 = \frac{1}{\sqrt{5^2 + 1^2}} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{26}} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

## Lösungsschlüssel

- a1) 1 × B1: für die richtige Berechnung der Länge s
- a2) 1 × A: für den richtigen Ansatz zur Berechnung des Winkels  $\alpha$   
1 × B2: für die richtige Berechnung des Winkels  $\alpha$
- b1) 1 × B: für die richtige Berechnung der Koeffizienten
- b2) 1 × C1: für das richtige Kennzeichnen der Fläche
- b3) 1 × C2: für das richtige Ankreuzen
- c1) 1 × C: für das richtige Einzeichnen des Vektors als Pfeil ausgehend von L
- c2) 1 × B: für das richtige Ermitteln des Einheitsvektors von  $\vec{LB}$