

Betonrohre*

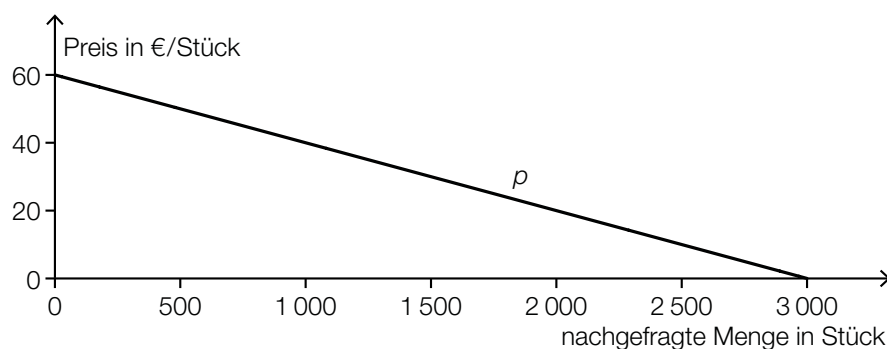
Aufgabennummer: B_452

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

- a) In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Preisfunktion der Nachfrage p für Betonrohre des Modells A dargestellt.



- 1) Erstellen Sie mithilfe der obigen Abbildung eine Gleichung der Preisfunktion der Nachfrage p .
- 2) Interpretieren Sie den Wert der Steigung von p im gegebenen Sachzusammenhang.

Die Betonrohre des Modells A werden um € 32 pro Stück verkauft.

- 3) Berechnen Sie die zugehörige Anzahl der nachgefragten Betonrohre des Modells A.

- b) Für Betonrohre des Modells B geht man von einer kubischen Gewinnfunktion G aus.

x ... Absatzmenge in ME

$G(x)$... Gewinn bei der Absatzmenge x in GE

- 1) Ordnen Sie den beiden Aussagen jeweils die zutreffende Gleichung aus A bis D zu.
[2 zu 4]

Der Break-even-Point liegt bei 200 ME.	
Das Gewinnmaximum liegt bei 200 ME.	

A	$G(0) = 200$
B	$G(200) = 0$
C	$G'(200) = 0$
D	$G''(200) = 0$

- c) Für Betonrohre des Modells *C* geht man von einer kubischen Kostenfunktion K aus.

$$K(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$$

x ... Produktionsmenge in ME

$K(x)$... Kosten bei der Produktionsmenge x in GE

Die Fixkosten betragen 150 GE.

Bei einer Produktion von 20 ME ergeben sich Kosten von 530 GE.

Bei einer Produktion von 10 ME ergeben sich Grenzkosten von 17 GE/ME.

Bei einer Produktion von 30 ME ergeben sich Stückkosten von 22 GE/ME.

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a , b , c und d .

2) Berechnen Sie diese Koeffizienten.

- d) Der Durchmesser von Betonrohren des Modells *D* kann als annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 100$ mm angenommen werden. Bei 3 % der Rohre ist der Durchmesser kleiner als 98 mm.

1) Berechnen Sie die zugehörige Standardabweichung σ .

Möglicher Lösungsweg

a1) $p(x) = -\frac{1}{50} \cdot x + 60$

x ... nachgefragte Menge in Stück

$p(x)$... Preis bei der nachgefragten Menge x in €/Stück

a2) Die Steigung $-\frac{1}{50}$ gibt an, dass eine Preisreduktion um € 1 pro Stück zu einer Erhöhung der nachgefragten Menge um 50 Stück führt.

oder:

Soll die nachgefragte Menge um 1 Stück gesteigert werden, muss der Preis um € 0,02 pro Stück gesenkt werden.

a3) $p(x) = 32$ oder $-\frac{1}{50} \cdot x + 60 = 32 \Rightarrow x = 1\,400$

Bei einem Preis von € 32 pro Stück ist mit einer nachgefragten Menge von 1 400 Stück zu rechnen.

b1)

Der Break-even-Point liegt bei 200 ME.	B
Das Gewinnmaximum liegt bei 200 ME.	C

A	$G(0) = 200$
B	$G(200) = 0$
C	$G'(200) = 0$
D	$G''(200) = 0$

c1) $K'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$
 $\bar{K}(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c + \frac{d}{x}$

$$K(0) = 150$$

$$K(20) = 530$$

$$K'(10) = 17$$

$$\bar{K}(30) = 22$$

oder:

$$d = 150$$

$$a \cdot 20^3 + b \cdot 20^2 + c \cdot 20 + d = 530$$

$$3 \cdot a \cdot 10^2 + 2 \cdot b \cdot 10 + c = 17$$

$$a \cdot 30^2 + b \cdot 30 + c + \frac{d}{30} = 22$$

c2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$a = 0,02$$

$$b = -1,2$$

$$c = 35$$

$$d = 150$$

d1) X ... Durchmesser in mm

$$P(X < 98) = 0,03$$

Berechnung von σ mittels Technologieeinsatz:

$$\sigma = 1,06...$$

Die Standardabweichung beträgt rund 1,1 mm.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung der Preisfunktion der Nachfrage

a2) 1 × C: für die richtige Interpretation des Wertes der Steigung im gegebenen Sachzusammenhang

a3) 1 × B: für die richtige Berechnung der Anzahl der nachgefragten Betonrohre

b1) 1 × C: für die richtige Zuordnung

c1) 1 × A1: für das richtige Erstellen der beiden Gleichungen mithilfe der Kosten

1 × A2: für das richtige Erstellen der Gleichung mithilfe der Grenzkosten

1 × A3: für das richtige Erstellen der Gleichung mithilfe der Stückkosten

c2) 1 × B: für die richtige Berechnung der Koeffizienten

d1) 1 × B: für die richtige Berechnung der Standardabweichung