

Hängematten*

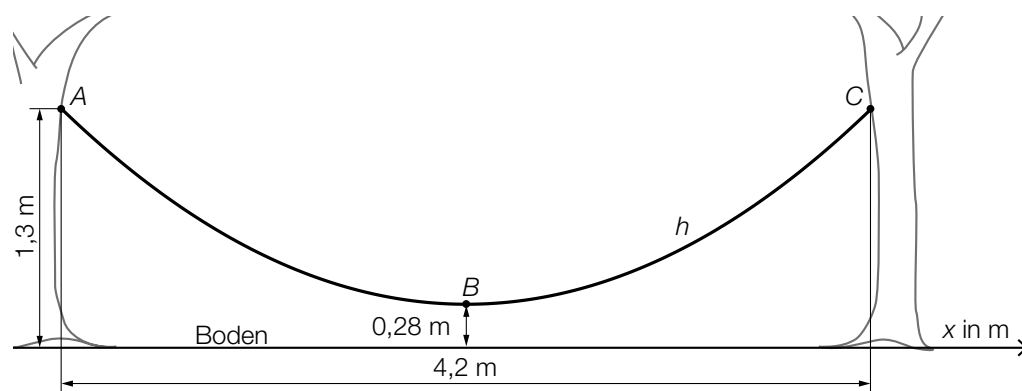
Aufgabennummer: B_445

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

- a) Der Graph der quadratischen Funktion h mit $h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ beschreibt näherungsweise den Durchhang einer Hängematte (siehe nachstehende Abbildung).

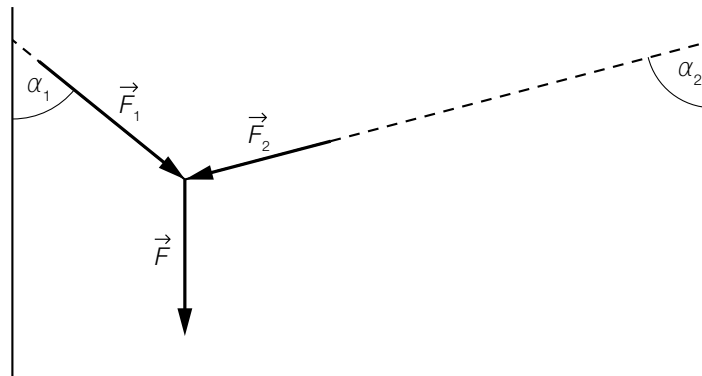


$x, h(x)$... Koordinaten in m

Der Graph der Funktion h verläuft durch die Befestigungspunkte A und C . Der Scheitelpunkt von h wird mit B bezeichnet. Die Punkte A und C liegen auf gleicher Höhe über dem Boden.

- 1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung die fehlende senkrechte Koordinatenachse so ein, dass für den Koeffizienten b gilt: $b = 0$
- 2) Berechnen Sie den Koeffizienten a .

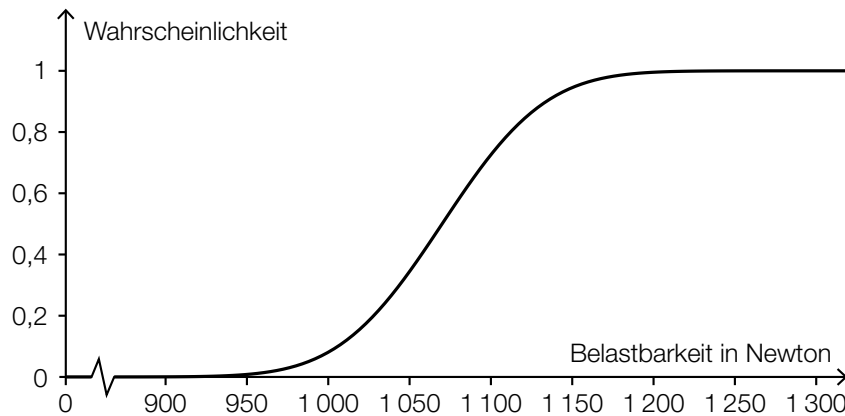
- b) Eine Hängematte wird an zwei senkrechten Stangen befestigt. In der nachstehenden Abbildung ist die belastete Hängematte modellhaft dargestellt. Es wirkt eine Kraft $\vec{F}$ mit $|\vec{F}| = 800$ Newton (N) senkrecht nach unten. Die Kraft $\vec{F}$ wird in die Komponenten $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ zerlegt.



Es gilt: $\alpha_1 = 50^\circ$ und $\alpha_2 = 75^\circ$

- 1) Veranschaulichen Sie in der obigen Abbildung die Kräftezerlegung mithilfe eines Kräfteparallelogramms.
- 2) Berechnen Sie $|\vec{F}_1|$.

- c) Die Belastbarkeit von Seilen eines bestimmten Herstellers kann näherungsweise als normalverteilt angenommen werden. Das nachstehende Diagramm zeigt den Graphen der zugehörigen Verteilungsfunktion.



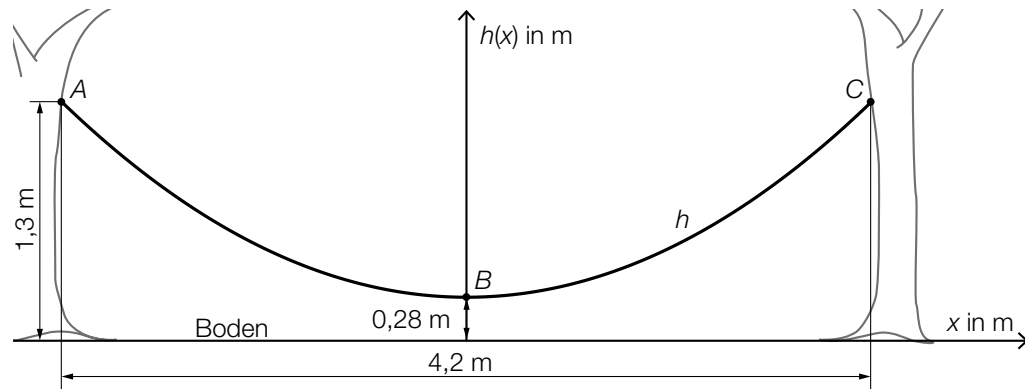
- 1) Veranschaulichen Sie im obigen Diagramm die Wahrscheinlichkeit, dass die Belastbarkeit eines zufällig ausgewählten Seiles mindestens 1 050 Newton (N) beträgt.

Die Maschine zur Herstellung der Seile soll bei gleichbleibender Standardabweichung $\sigma = 50$ N auf einen neuen Erwartungswert μ_{neu} eingestellt werden, sodass nur bei 1 Promille der Seile die Belastbarkeit weniger als 1 000 N beträgt.

- 2) Berechnen Sie, auf welchen Erwartungswert μ_{neu} die Maschine eingestellt werden muss.

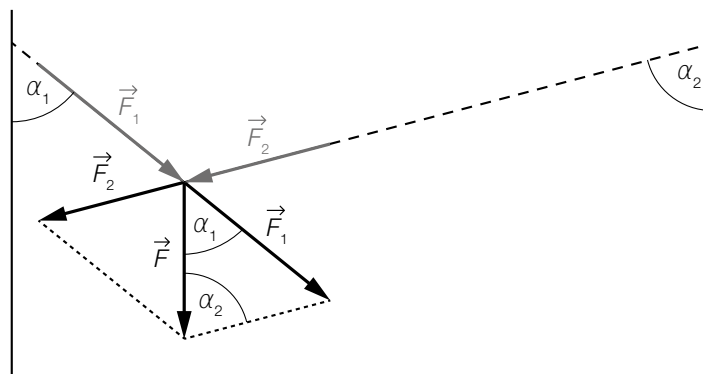
Möglicher Lösungsweg

a1)



a2) $h(2,1) = 1,3$ oder $a \cdot 2,1^2 + 0,28 = 1,3 \Rightarrow a = 0,23129\dots$

b1)

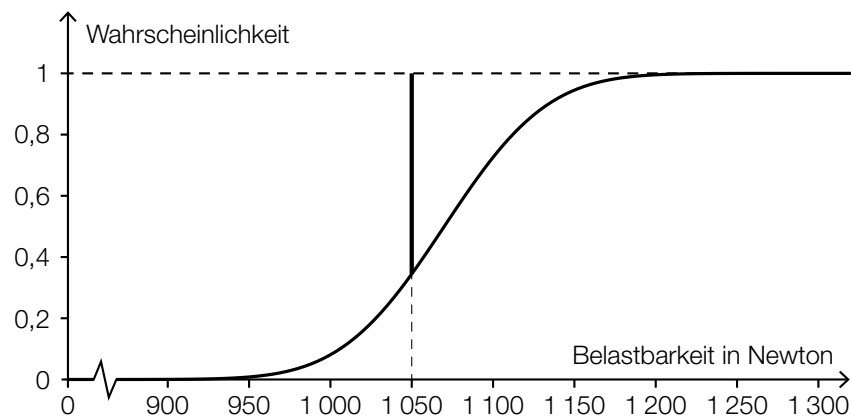


b2) $\frac{|\vec{F}|}{\sin(180^\circ - \alpha_1 - \alpha_2)} = \frac{|\vec{F}_1|}{\sin(\alpha_2)}$

$$|\vec{F}_1| = \frac{800 \cdot \sin(75^\circ)}{\sin(55^\circ)} = 943,3\dots$$

$|\vec{F}_1|$ beträgt rund 943 Newton.

c1)

c2) X ... Belastbarkeit in N

$$P(X < 1000) = 0,001$$

Berechnung von μ_{neu} mittels Technologieeinsatz:

$$\mu_{\text{neu}} = 1\,154,51 \dots \text{ N} \approx 1\,154,5 \text{ N}$$

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Einzeichnen der senkrechten Koordinatenachse

a2) 1 × B: für die richtige Berechnung des Koeffizienten a

b1) 1 × A: für das richtige Veranschaulichen der Kräftezerlegung mithilfe eines Kräfteparallelogramms

b2) 1 × B: für die richtige Berechnung von $|\vec{F}_1|$

c1) 1 × A: für das richtige Veranschaulichen der Wahrscheinlichkeit im Diagramm

c2) 1 × B: für die richtige Berechnung des Erwartungswerts μ_{neu}