

Gastwirtschaft*

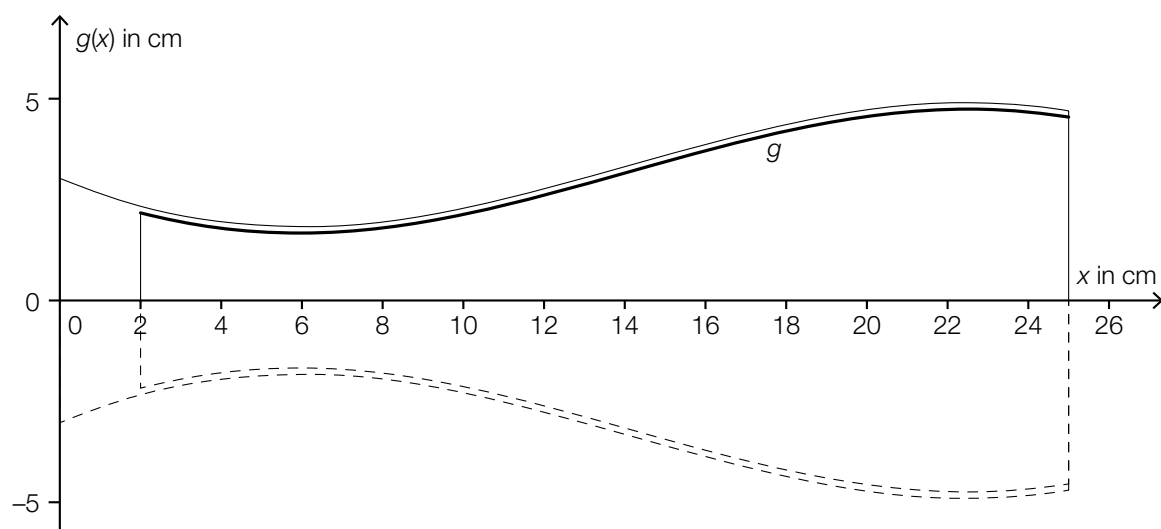
Aufgabennummer: B_443

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

- a) Automatische Abfüllanlagen für Getränke sollen möglichst gleichmäßige Füllmengen gewährleisten.
Die Füllmenge bei einer bestimmten Abfüllanlage ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 500$ ml und der Standardabweichung $\sigma = 4,5$ ml.
- Die Füllmenge wird mithilfe einer Stichprobe des Umfangs n überprüft.
- 1) Berechnen Sie für $n = 10$ den zum Erwartungswert symmetrischen Zufallsstreuereich, in dem erwartungsgemäß 99 % aller Stichprobenmittelwerte liegen.
 - 2) Begründen Sie, warum das Maximum der Dichtefunktion der Stichprobenmittelwerte $\bar{X}$ für $n = 5$ kleiner als jenes für $n = 10$ ist.
- b) Die Form eines Weizenbierrglases kann näherungsweise durch die Rotation des Graphen der Funktion g um die x -Achse dargestellt werden (siehe nachstehende Abbildung).



Es gilt:

$$g(x) = -0,00108 \cdot x^3 + 0,046 \cdot x^2 - 0,4367 \cdot x + 3 \quad \text{mit } 2 \leq x \leq 25$$

$x, g(x)$... Koordinaten in cm

- 1) Berechnen Sie den kleinsten Innendurchmesser des Weizenbierrglases.
- 2) Berechnen Sie das Füllvolumen des Weizenbierrglases in Litern.

Möglicher Lösungsweg

a1) $\mu = 500 \text{ ml}$ und $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{4,5}{\sqrt{10}} \text{ ml}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

[496,33...; 503,66...]

a2) Die Standardabweichung einer Stichprobe ist umso größer, je kleiner der Stichprobenumfang n ist. Daher ist der Graph der Dichtefunktion für $n = 5$ breiter als für $n = 10$. Da der gesamte Flächeninhalt unter dem Graphen der Dichtefunktion immer 1 beträgt, muss das Maximum für $n = 5$ kleiner als für $n = 10$ sein.

b1) $g'(x) = 0$ oder $-0,00324 \cdot x^2 + 0,092 \cdot x - 0,4367 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$x_1 = 6,025...$$

$$(x_2 = 22,369...)$$

Anhand der Grafik ist erkennbar, dass der Tiefpunkt an der Stelle x_1 ist, ein (rechnerischer) Nachweis, dass x_1 eine Minimumstelle ist, ist daher nicht erforderlich.

Innendurchmesser: $d = 2 \cdot g(x_1) = 3,60...$

Der kleinste Innendurchmesser des Weizenbiertglases beträgt rund 3,6 cm.

b2) $V = \pi \cdot \int_2^{25} (g(x))^2 dx = 678,6...$

Das Füllvolumen des Weizenbiertglases beträgt rund 0,68 L.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B: für die richtige Berechnung des Zufallsstreuereichs

a2) 1 × D: für die richtige Begründung

b1) 1 × B1: für die richtige Berechnung des kleinsten Innendurchmessers

b2) 1 × B2: für die richtige Berechnung des Füllvolumens in Litern