

Werbung*

Aufgabennummer: B_440

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Der Campus einer Universität beherbergt 1 200 Studierende. Eine Fast-Food-Kette möchte eine Filiale mit neuen, spezifisch auf Studierende abgestimmten Produkten am Campusgelände eröffnen. Es kursiert ein Gerücht, dass ein berühmter Hollywoodstar bei der Eröffnung der Filiale anwesend sein wird.

Die Funktion N_G beschreibt näherungsweise die Anzahl der Studierenden, die von dem Gerücht erfahren haben:

$$N_G(t) = \frac{1200}{1 + 1199 \cdot e^{-0,99 \cdot t}}$$

t ... Zeit nach Aufkommen des Gerüchts in Tagen

$N_G(t)$... Anzahl der Studierenden, die vom Gerücht bis zum Zeitpunkt t erfahren haben

a) 1) Berechnen Sie, wie viele Studierende nach 8 Tagen von dem Gerücht erfahren haben.

b) Auf einem anderen vergleichbaren Campus wird gleichzeitig eine Werbekampagne mit Plakaten gestartet.

Die Funktion N_W beschreibt näherungsweise die Anzahl der Studierenden, die durch die Werbekampagne erreicht werden:

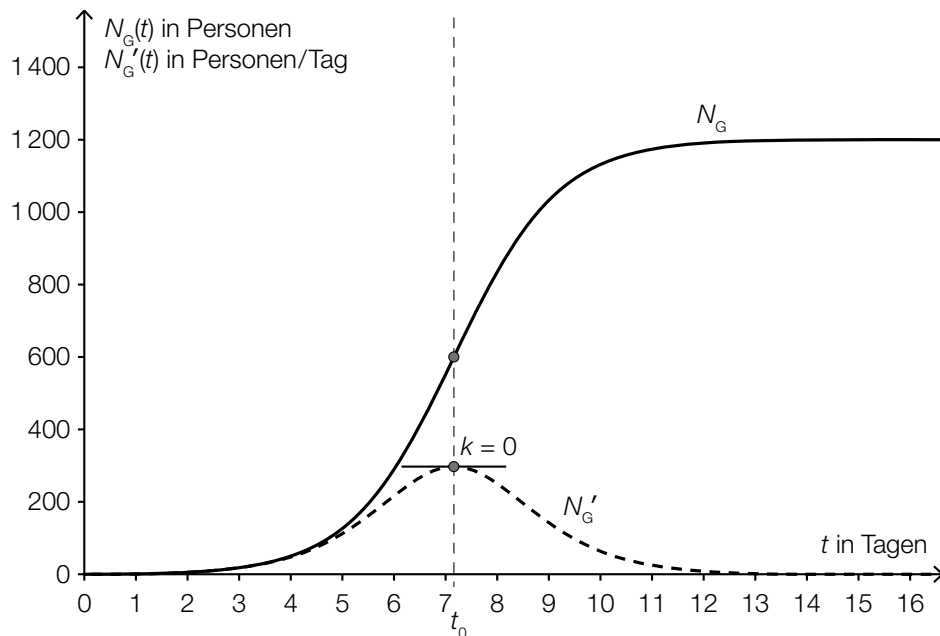
$$N_W(t) = 1200 \cdot (1 - e^{-0,077 \cdot t})$$

t ... Zeit nach Beginn der Werbekampagne in Tagen ($t \geq 1$)

$N_W(t)$... Anzahl der Studierenden, die durch die Werbekampagne bis zum Zeitpunkt t erreicht wurden

1) Bestimmen Sie denjenigen Zeitpunkt t ($t \geq 1$), zu dem gleich viele Studierende vom Gerücht erfahren haben, wie von der Werbekampagne erreicht wurden.

c) In der nachstehenden Grafik sind der Graph der Funktion N_G und der Graph ihrer Ableitung N'_G dargestellt.



- 1) Beschreiben Sie, welche Eigenschaft die Ableitungsfunktion N'_G und welche Eigenschaft die Funktion N_G an der dargestellten Stelle t_0 hat.
- 2) Interpretieren Sie die Bedeutung der Stelle t_0 im gegebenen Sachzusammenhang.

Eine Studierende behauptet, dass die 2. Ableitung der Funktion N_G für alle $t \geq 0$ positiv ist.

- 3) Argumentieren Sie, warum diese Behauptung falsch ist.

Möglicher Lösungsweg

a1) $N_G(8) = 835,8\dots$

Nach 8 Tagen kennen rund 835 Studierende das Gerücht.

b1) $N_W(t) = N_G(t)$

Lösung mittels Technologieeinsatz: $t = 6,779\dots \approx 6,78$

Nach etwa 6,78 Tagen haben gleich viele Studierende vom Gerücht erfahren, wie von der Werbekampagne erreicht wurden.

c1) Die Ableitung N'_G hat an der Stelle t_0 eine Maximumstelle.
Die Funktion N_G hat an der Stelle t_0 eine Wendestelle.

c2) Zur Zeit t_0 ist der Zuwachs der Studierenden, die von dem Gerücht erfahren haben, am größten.

c3) Die Funktion N_G ist zwar für $0 \leq t < t_0$ positiv gekrümmt, für $t > t_0$ jedoch negativ gekrümmt. Somit gilt hier für $t > t_0$: $N''_G(t) < 0$.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B: für die richtige Berechnung der Anzahl der Studierenden, die nach 8 Tagen von dem Gerücht erfahren haben (Auch ein Runden des Ergebnisses auf 836 Studierende ist als richtig zu werten.)

b1) 1 × A: für den richtigen Ansatz
1 × B: für die richtige Bestimmung des Zeitpunkts

c1) 1 × C1: für die richtige Beschreibung zur Ableitung N'_G
1 × C2: für die richtige Beschreibung zur Funktion N_G

c2) 1 × C3: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang

c3) 1 × D: für eine richtige Argumentation