

Sitzreihen*

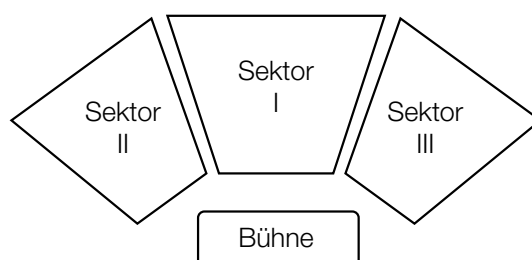
Aufgabennummer: B_436

Technologieeinsatz:

möglich ☒

erforderlich ☐

Eine Schule plant eine Theateraufführung im Turnsaal. Der Schulwart hat die Idee, die Zuschauerstühle wie folgt um die Bühne aufzubauen (siehe nachstehende Abbildung).



- a) Im Sektor I stehen in der ersten Sitzreihe 8 Stühle. In jeder folgenden Sitzreihe erhöht sich die Anzahl der Stühle jeweils um 3.

- Begründen Sie mathematisch, warum die Anzahlen der Stühle in den jeweiligen Sitzreihen eine arithmetische Folge a_n bilden.
- Stellen Sie ein rekursives Bildungsgesetz für a_n auf.

- b) Im Sektor II stehen in der ersten Sitzreihe 5 Stühle, in jeder folgenden Sitzreihe erhöht sich die Anzahl der Stühle jeweils um 1.

- Stellen Sie ein explizites Bildungsgesetz auf, mit dem man die Anzahl der Stühle in der n -ten Sitzreihe berechnen kann.

Die Gesamtanzahl der Stühle in den ersten n Sitzreihen des Sektors II ist $\frac{(9 + n) \cdot n}{2}$.

- Berechnen Sie, aus wie vielen Sitzreihen der Sektor II besteht, wenn 126 Stühle für diesen Sektor verwendet werden.

- c) Für den Sektor III ist eine Sitzordnung vorgesehen, bei der die Anzahl der Stühle in der n -ten Sitzreihe durch folgendes explizites Bildungsgesetz beschrieben wird:

$$a_n = 5 + (n - 1) \cdot 4$$

- Interpretieren Sie die Bedeutung der Zahlen 5 und 4 im gegebenen Sachzusammenhang.
- Berechnen Sie, wie viele Stühle in der 7. Sitzreihe stehen.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

- a) Die Differenz der Anzahlen der Stühle zweier aufeinanderfolgender Sitzreihen ist konstant.

$$a_1 = 8 \text{ und } a_{n+1} = a_n + 3$$

b) $a_n = 5 + (n - 1) \cdot 1$

$$a_n = 4 + n$$

$$126 = \frac{(9 + n) \cdot n}{2}$$

$$n^2 + 9 \cdot n - 252 = 0$$

Lösung mittels Technologieeinsatz:

$$n_1 = 12 \text{ (und } n_2 = -21)$$

Der Sektor II besteht aus 12 Sitzreihen.

- c) 5 ... Anzahl der Stühle in der ersten Sitzreihe

4 ... in jeder folgenden Sitzreihe erhöht sich die Anzahl der Stühle jeweils um 4

$$a_7 = 5 + (7 - 1) \cdot 4 = 29$$

Es stehen 29 Stühle in der 7. Sitzreihe.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × D: für die richtige mathematische Begründung
1 × A: für das richtige Aufstellen des rekursiven Bildungsgesetzes
- b) 1 × A: für das richtige Aufstellen des expliziten Bildungsgesetzes
1 × B: für die richtige Berechnung der Anzahl der Sitzreihen in Sektor II
- c) 1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang
1 × B: für die richtige Berechnung der Anzahl der Stühle in der 7. Sitzreihe