

Lackproduktion*

Aufgabennummer: B_433

Technologieeinsatz:

möglich ☐

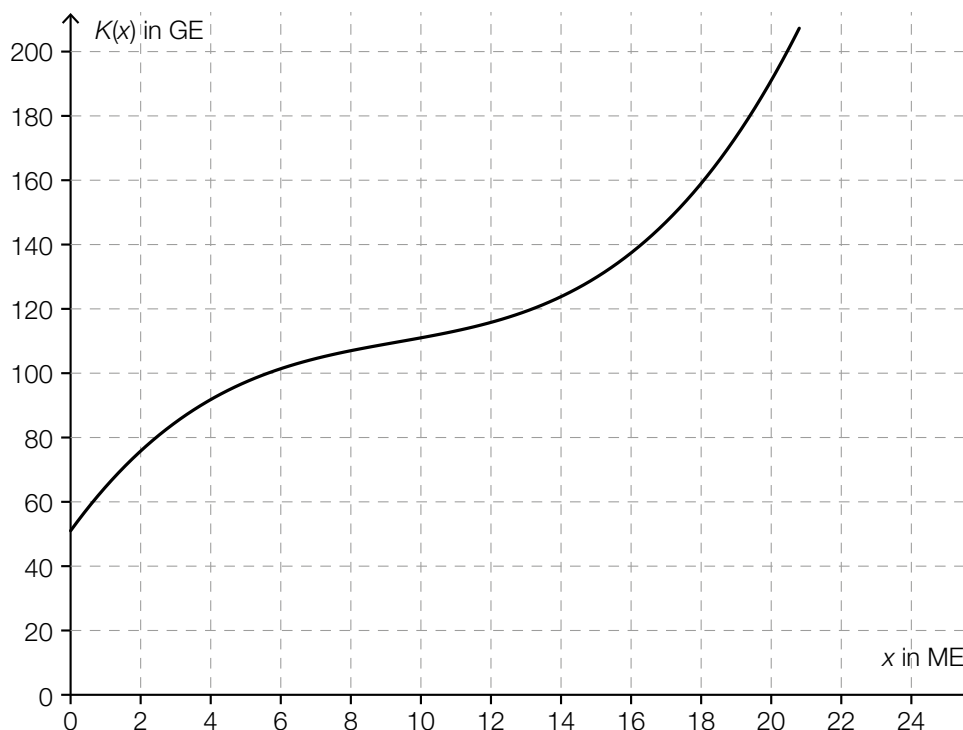
erforderlich ☒

Ein Unternehmen stellt verschiedene Lacke her. Es wird die monatliche Produktion betrachtet.

- a) Die Kosten für die Herstellung des Acryllacks *Ferrocolor* sollen durch eine Kostenfunktion K mit $K(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ beschrieben werden. Das Unternehmen hat dabei Fixkosten von 450 GE. Bei der Produktion von 8 ME liegt die Kostenkehre. Bei der Produktion von 8 ME betragen die Gesamtkosten 522 GE und die Grenzkosten 5 GE/ME.

- Erstellen Sie ein Gleichungssystem, mit dem die Koeffizienten a , b , c und d ermittelt werden können.
- Ermitteln Sie die Koeffizienten a , b , c und d .

- b) Im nachstehenden Diagramm ist der Graph der Kostenfunktion K für die Herstellung des Lacks *VariColor* dargestellt.



Das Betriebsoptimum kann mithilfe des Graphen der Kostenfunktion K ermittelt werden, indem man diejenige Tangente an den Graphen von K einzeichnet, die durch den Koordinatenursprung verläuft. Die x -Koordinate des Berührungspunkts ist das Betriebsoptimum.

- Ermitteln Sie grafisch mithilfe des obigen Diagramms das Betriebsoptimum.
- Ermitteln Sie die langfristige Preisuntergrenze.

* ehemalige Klausuraufgabe

- c) Für die Holzschutzgrundierung *Pullex* wird der Zusammenhang zwischen dem Preis und der Absatzmenge erhoben:

Absatzmenge x in ME	Preis $p_N(x)$ in GE/ME
10	16
12	13
15	12
17	9
19	8

- Ermitteln Sie mithilfe linearer Regression eine Gleichung der Preisfunktion der Nachfrage p_N .
- Ermitteln Sie den maximalen Erlös.

- d) Die Gewinnfunktion G für den Lack *Soloplast* ist gegeben durch:

$$G(x) = -0,025 \cdot x^3 - 0,1 \cdot x^2 + 12 \cdot x - 65$$

x ... Anzahl der abgesetzten ME

$G(x)$... Gewinn bei x abgesetzten ME in GE

- Lesen Sie aus der Gleichung der Gewinnfunktion die Fixkosten für die Herstellung des Lacks ab.
- Beschreiben Sie, wie sich der Graph der Gewinnfunktion ändert, wenn die Fixkosten steigen.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) $K(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$
 $K'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$
 $K''(x) = 6 \cdot a \cdot x + 2 \cdot b$

I: $K(0) = 450 \Rightarrow 450 = d$

II: $K(8) = 522 \Rightarrow 522 = 512 \cdot a + 64 \cdot b + 8 \cdot c + 450$

III: $K'(8) = 5 \Rightarrow 5 = 192 \cdot a + 16 \cdot b + c$

IV: $K''(8) = 0 \Rightarrow 0 = 48 \cdot a + 2 \cdot b$

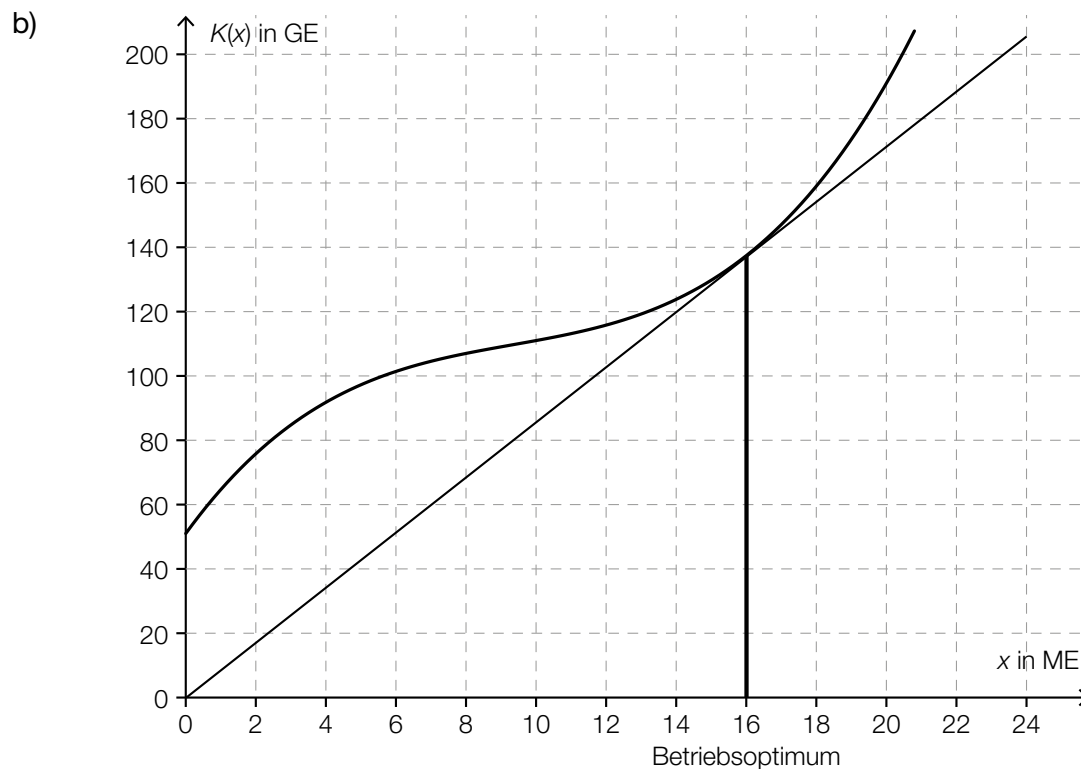
Lösung des Gleichungssystems mittels Technologieeinsatz:

$$a = \frac{1}{16} = 0,0625$$

$$b = -\frac{3}{2} = -1,5$$

$$c = 17$$

$$d = 450$$



grafische Ermittlung des Betriebsoptimums: 16 ME (Toleranzbereich: [15; 17])

Ermittlung der langfristigen Preisuntergrenze: $\frac{136 \text{ GE}}{16 \text{ ME}} = 8,5 \text{ GE/ME}$
(Toleranzbereich: [8; 9])

c) Berechnung der Preisfunktion der Nachfrage mittels Technologieeinsatz:

$$p_N(x) = -0,861 \cdot x + 24,169 \quad (\text{Koeffizienten gerundet})$$

$$E(x) = p_N(x) \cdot x$$

$$E'(x) = 0 \Rightarrow x = 14,037...$$

$$E(14,037...) = 169,632...$$

Der maximale Erlös beträgt rund 169,63 GE.

d) $G(0) = -F$

Die Fixkosten betragen 65 GE.

Wenn die Fixkosten steigen, wird der Graph der Gewinnfunktion nach unten verschoben.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Gleichungen mithilfe der Funktion K
1 × A2: für das richtige Erstellen der Gleichungen mithilfe der Funktionen K' und K''
1 × B: für das richtige Ermitteln der Koeffizienten a , b , c und d
- b) 1 × A: für das richtige grafische Ermitteln des Betriebsoptimums
1 × B: für das richtige Ermitteln der langfristigen Preisuntergrenze
- c) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der Gleichung mithilfe linearer Regression
1 × B2: für das richtige Ermitteln des maximalen Erlöses
- d) 1 × C1: für das richtige Ablesen der Fixkosten
1 × C2: für die richtige Beschreibung der Veränderung des Graphen der Gewinnfunktion