

Elektrische Bauteile*

Aufgabennummer: B_432

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

- a) Der zeitliche Verlauf der Spannung beim Entladen eines Kondensators kann näherungsweise durch eine Funktion u beschrieben werden:

$$u(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

t ... Zeit ab Beginn des Entladevorgangs

$u(t)$... Spannung am Kondensator zur Zeit t

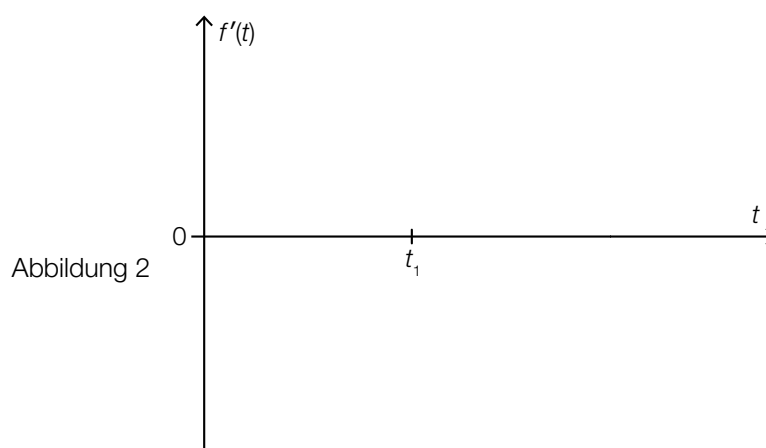
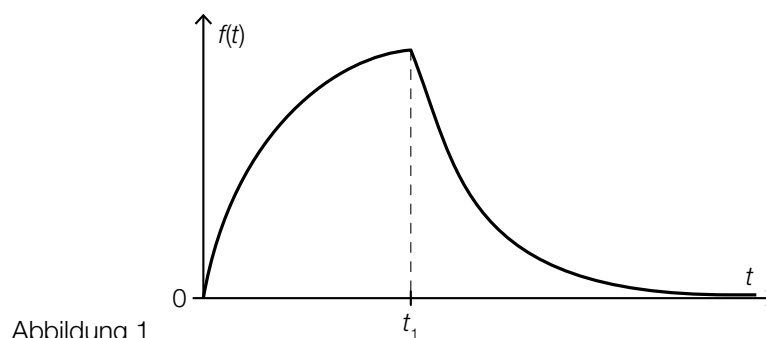
U_0 ... Spannung zur Zeit $t = 0$

τ ... Zeitkonstante

- Erstellen Sie eine Gleichung der Tangente an den Graphen der Funktion u an der Stelle $t = 0$.

- b) Der zeitliche Verlauf der Stromstärke in einer Spule kann durch eine Funktion f beschrieben werden, deren Graph in der unten stehenden Abbildung 1 dargestellt ist.

- Skizzieren Sie den Graphen der Ableitungsfunktion f' in Abbildung 2.



- c) Der zeitliche Verlauf der Spannung an einem Kondensator kann nach dem Einschalten des Stroms durch die Funktion u beschrieben werden:

$$u(t) = 40 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{0,24}}\right)$$

t ... Zeit nach dem Einschalten des Stroms in s

$u(t)$... Spannung am Kondensator zur Zeit t in Volt (V)

- Erklären Sie, ausgehend von der Funktionsgleichung für u , warum die Spannung des Kondensators für $t \rightarrow \infty$ asymptotisch gegen 40 V geht.

Im Zeitintervall $[t_1; t_2]$ steigt die Spannung am Kondensator von $u(t_1) = 5 \text{ V}$ auf $u(t_2) = 30 \text{ V}$.

- Berechnen Sie den linearen Mittelwert der Spannung im Zeitintervall $[t_1; t_2]$.

Ihnen wird folgende fehlerhafte Berechnung der 1. Ableitung von u vorgelegt:

$$\frac{du(t)}{dt} = -40 \cdot e^{-\frac{t}{0,24}}$$

- Geben Sie an, welche Ableitungsregel hier missachtet wurde.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

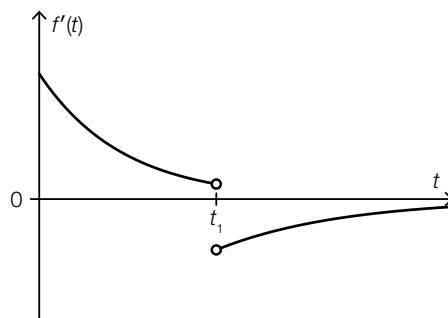
a) Tangente $g(t) = k \cdot t + d$ an der Stelle $t = 0$:

$$k = u'(0) = -\frac{U_0}{T}$$

$$d = U_0$$

$$\Rightarrow g(t) = -\frac{U_0}{T} \cdot t + U_0$$

b)



c) Da der Ausdruck $e^{-\frac{t}{0,24}}$ für steigende Werte von t gegen null geht, nähert sich der Klammerausdruck dem Wert 1. Daher nähert sich der Funktionswert asymptotisch dem Wert 40 V.

Durch Lösen der Gleichung $u(t_1) = 5$ bzw. $u(t_2) = 30$ erhält man die Integrationsgrenze $t_1 = 0,0320\dots$ bzw. $t_2 = 0,3327\dots$

$$\frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} u(t) dt = 20,04\dots$$

Der lineare Mittelwert der Spannung in diesem Zeitintervall beträgt rund 20,0 V.

Die Kettenregel wurde missachtet.

Lösungsschlüssel

a) 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung der Tangente

b) 1 × A1: für die richtige Skizze des Graphen der Ableitungsfunktion im Bereich $0 < t < t_1$
(richtiges Monotonieverhalten der Ableitungsfunktion)

1 × A2: für die richtige Skizze des Graphen der Ableitungsfunktion im Bereich $t > t_1$
(richtiges Monotonieverhalten der Ableitungsfunktion)

c) 1 × D: für die richtige Erklärung des Verhaltens der Funktion

1 × B: für die richtige Berechnung des linearen Mittelwerts

1 × C: für das richtige Angeben, dass die Kettenregel missachtet wurde, oder eine richtige Beschreibung