

Federpendel*

Aufgabennummer: B_431

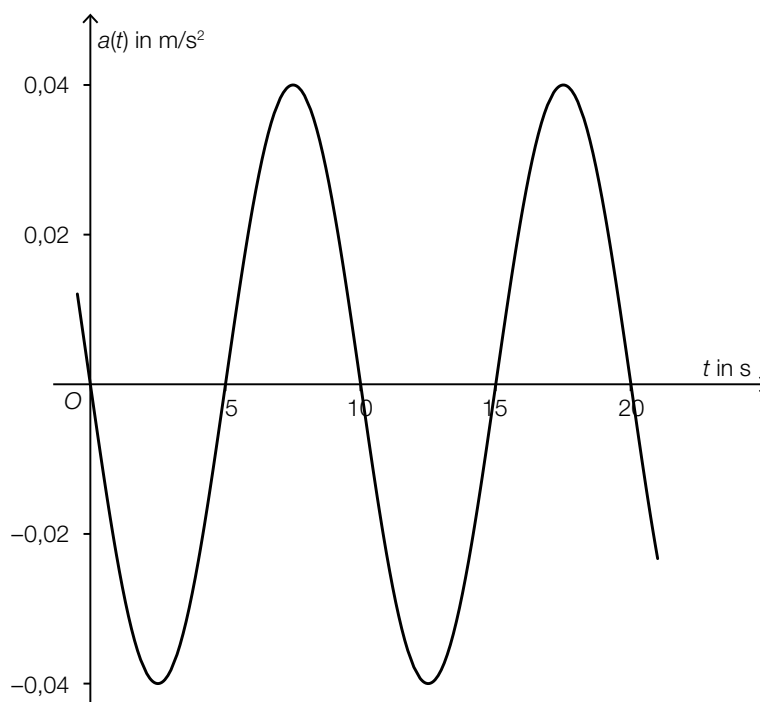
Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Ein an einer Feder befestigter Körper bewegt sich unter dem Einfluss der Federkraft.

- a) Das nachstehende Beschleunigung-Zeit-Diagramm zeigt den sinusförmigen Verlauf der Beschleunigung eines Körpers durch die Federkraft. Es gilt: $a(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$ mit $A > 0$.



- Bestimmen Sie A , ω und φ mithilfe des obigen Diagramms.
 - Markieren Sie im obigen Diagramm alle Punkte, in denen der Betrag der Geschwindigkeit maximal ist.
- b) Die Geschwindigkeit eines Körpers in Abhängigkeit von der Zeit kann durch eine Funktion v mit $v(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$ beschrieben werden ($A, \omega > 0$).
- Vervollständigen Sie die nachstehende Aussage mit $t_2 \neq t_1$ so, dass sie richtig ist.
- Für $t_2 = t_1 + \frac{\boxed{}}{\boxed{}} \cdot \pi$ ist $\int_{t_1}^{t_2} A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) dt = 0$.
- Zeigen Sie, dass $A \cdot \omega$ die maximale Steigung der Funktion v ist.

- c) Die Bewegung eines Körpers unter dem Einfluss einer Federkraft wird durch Reibung gedämpft. Für die Auslenkung aus der Ruhelage (Startposition) gilt:

$$f(t) = e^{-t} \cdot \sin(3 \cdot t) \text{ mit } t \geq 0$$

t ... Zeit in s

$f(t)$... Auslenkung aus der Ruhelage zur Zeit t in m

- Bestimmen Sie diejenigen Intervalle, in denen der Betrag der Auslenkung aus der Ruhelage größer als 0,2 m ist.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) $A = 0,04$

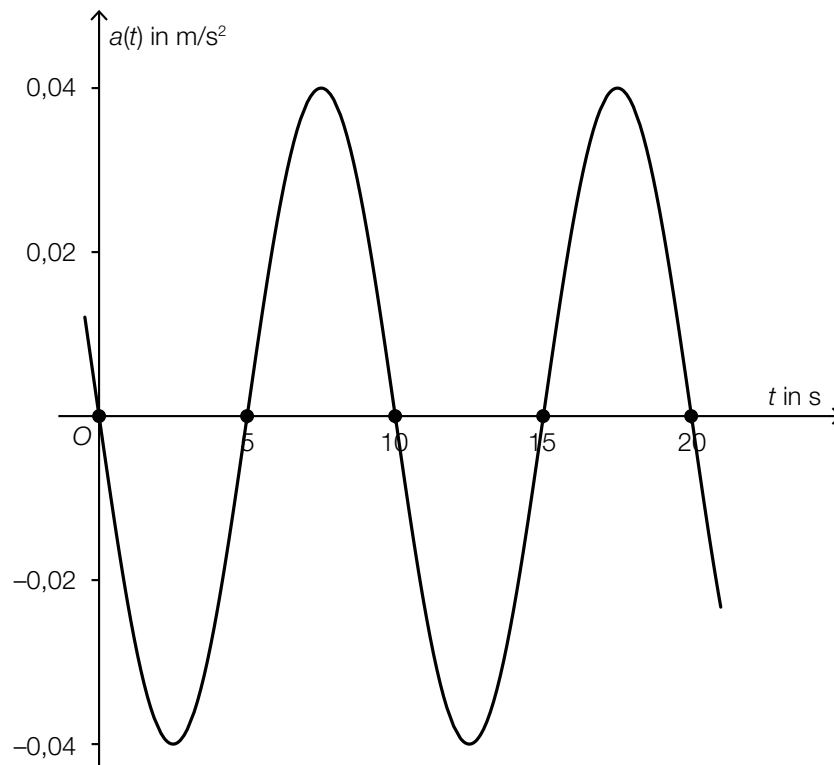
Die Periodendauer T ist 10, daher ergibt sich:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{10} = \frac{\pi}{5}$$

$t_0 = 5$ und $\varphi = -t_0 \cdot \omega$, daher ergibt sich:

$$\varphi = -5 \cdot \frac{\pi}{5} = -\pi$$

(Jeder Wert $\varphi = -\pi + 2 \cdot k \cdot \pi$ mit $k \in \mathbb{Z}$ ist als richtig zu werten.)



b) $t_2 = t_1 + \frac{2 \cdot \pi}{\omega}$

Auch ein Vielfaches der Periodendauer ist als richtig zu werten.

$$v'(t) = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$$

Da der maximale Wert von $\cos(\omega \cdot t + \varphi)$ gleich 1 ist, ergibt sich als maximale Steigung von v genau $A \cdot \omega$.

c) Lösen der Gleichungen $f(t) = \pm 0,2$ mittels Technologieeinsatz:

]0,07...; 0,87...[und]1,33...; 1,60...[

Lösungsschlüssel

- a) 1 × C1: für das richtige Ablesen von A
1 × B1: für das richtige Bestimmen von ω
1 × B2: für das richtige Bestimmen von φ
1 × C2: für das richtige Markieren aller Punkte, in denen der Betrag der Geschwindigkeit maximal ist

- b) 1 × A: für das richtige Vervollständigen der Aussage
1 × D: für den richtigen Nachweis

- c) 1 × B: für das richtige Bestimmen der Intervalle