

Ausbreitung von Licht*

Aufgabennummer: B_428

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

- a) Bei einem physikalischen Experiment wird Licht durch einen Spalt geschickt und dabei abgelenkt.

Man interessiert sich für Winkel α mit $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ und $\sin(\alpha) = \frac{(n + 0,5) \cdot \lambda}{d}$ mit $n \in \mathbb{N}$.

λ ... Wellenlänge des Lichts in m ($\lambda > 0$)

d ... Spaltbreite in m ($d > 0$)

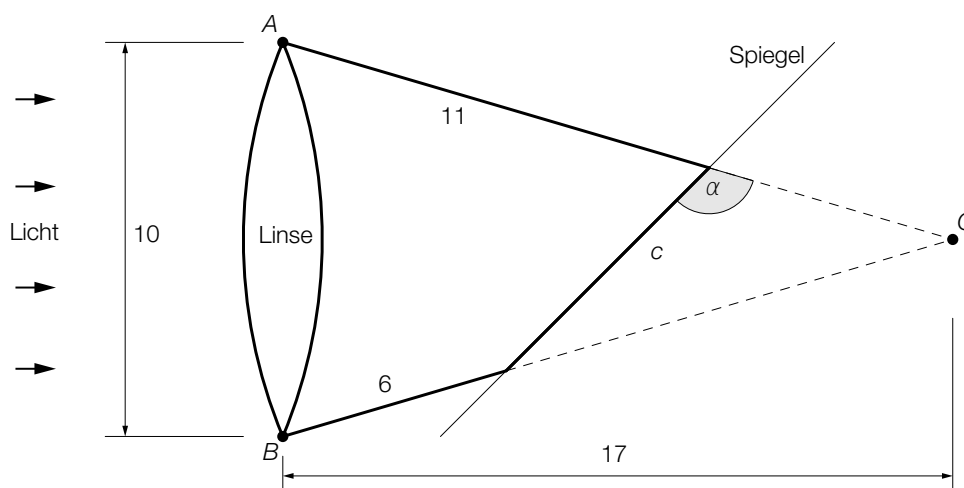
- Geben Sie an, welche Beziehung zwischen d und λ erfüllt sein muss, damit diese Gleichung für $n = 0$ eine Lösung für α hat.

Bei einem bestimmten Experiment gilt: $d = 0,01$ mm

$\lambda = 632$ nm

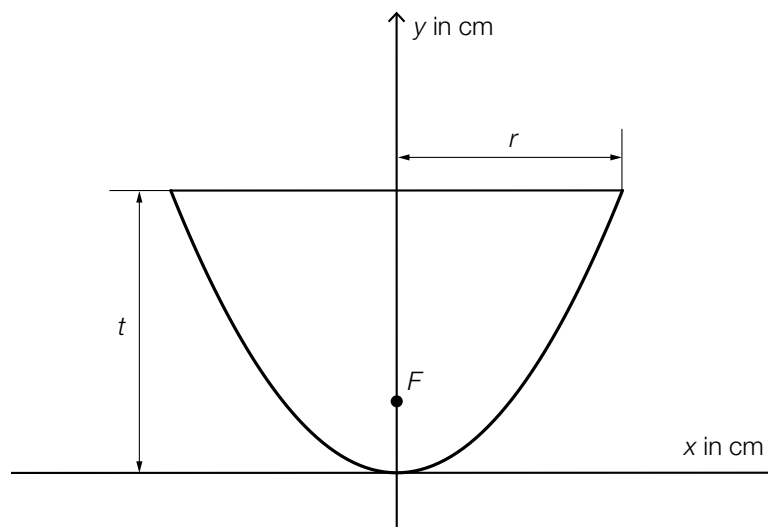
- Ermitteln Sie diejenigen natürlichen Zahlen n , für die diese Gleichung eine Lösung für α hat.

- b) Bei einem Experiment wird das von einer Sammellinse gebündelte Licht auf einen schräg gestellten Spiegel gerichtet (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Skizze, alle Abmessungen in cm). Es gilt: $\overline{AC} = \overline{BC}$.



- Berechnen Sie die Länge c .
- Berechnen Sie den stumpfen Winkel α .

- c) Viele Scheinwerfer haben die Form eines Rotationsparaboloids, das durch Rotation einer Parabel mit der Gleichung $y = a \cdot x^2$ um die y -Achse entsteht. Dabei befindet sich die Lampe des Scheinwerfers im Brennpunkt $F = \left(0 \mid \frac{1}{4 \cdot a}\right)$ (siehe nachstehende Abbildung).



- Berechnen Sie die Koordinaten des Brennpunkts F für $r = 12 \text{ cm}$ und $t = 15 \text{ cm}$.

Jemand behauptet: „Verdoppelt man bei gleichbleibender Tiefe t eines Rotationsparaboloids den Radius r , so vervierfacht sich dadurch die y -Koordinate des Brennpunkts.“

- Überprüfen Sie diese Behauptung nachweislich auf ihre Richtigkeit.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

- a) Der Nenner muss größer gleich dem Zähler sein, also: $0,5 \cdot \lambda \leq d$.

$$\frac{(n + 0,5) \cdot 632 \cdot 10^{-9}}{0,01 \cdot 10^{-3}} \leq 1 \Rightarrow n \leq 15,3...$$

Daher gibt es für $n = 0, 1, 2, \dots, 15$ jeweils eine Lösung für α .

- b) Berechnung der Schenkel des gleichschenkeligen Dreiecks und des Winkels zwischen

den Schenkeln: $s = \sqrt{17^2 + 5^2} = 17,72...$

$$\gamma = 2 \cdot \arctan\left(\frac{5}{17}\right) = 32,77...^\circ$$

Mit dem Cosinussatz ergibt sich die Länge c :

$$\sqrt{(s - 11)^2 + (s - 6)^2 - 2 \cdot (s - 11) \cdot (s - 6) \cdot \cos(\gamma)} = 7,07...$$

$$c \approx 7,1 \text{ cm}$$

$$\frac{c}{\sin(\gamma)} = \frac{s - 6}{\sin(\alpha)} \Rightarrow (\alpha_1 \approx 63,7...^\circ), \alpha_2 = 116,2...^\circ$$

- c) Da P ein Punkt der Parabel ist, gilt: $15 = 144 \cdot a \Rightarrow a = \frac{15}{144}$.
Die Koordinaten des Brennpunkts lauten somit:

$$F = \left(0 \mid \frac{1}{4 \cdot \frac{15}{144}}\right) = (0 \mid 2,4)$$

Ist $R = (r \mid t)$ ein Punkt der Parabel, dann muss $t = a \cdot r^2$, also $a = \frac{t}{r^2}$ sein.

Die y -Koordinate von F lautet: $y_F = \frac{r^2}{4 \cdot t}$.

Eine Verdoppelung des Radius bewirkt somit eine Vervierfachung der y -Koordinate.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × C: für das richtige Angeben der Beziehung zwischen d und λ
1 × A: für das richtige Ermitteln der entsprechenden Werte von n
- b) 1 × A: für die richtige Modellbildung (z. B. mithilfe eines gleichschenkeligen Dreiecks und eines allgemeinen Dreiecks)
1 × B1: für die richtige Berechnung der Länge c
1 × B2: für die richtige Berechnung des Winkels α
- c) 1 × B: für die richtige Berechnung der y -Koordinate des Brennpunkts
1 × D: für die richtige Überprüfung