

Lampenproduktion (1)*

Aufgabennummer: B_419

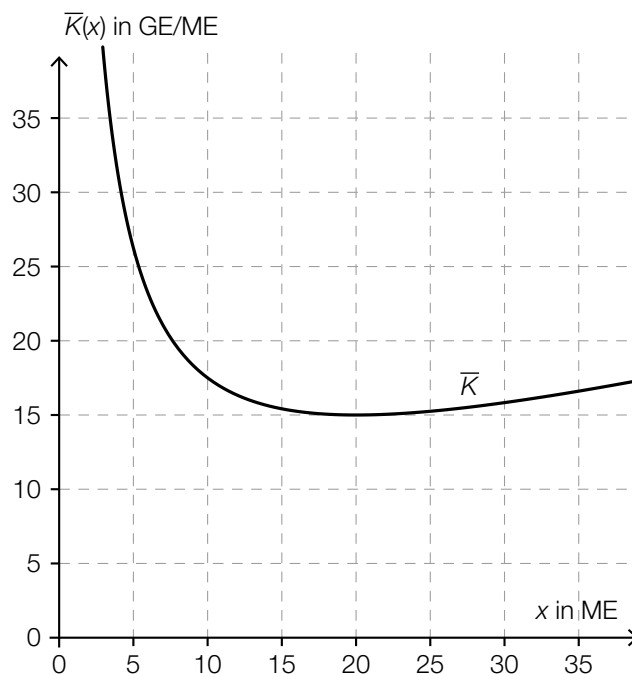
Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Ein Unternehmen produziert verschiedene Lampen.

- a) In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Stückkostenfunktion $\bar{K}$ der Leuchte *Credas* dargestellt.



Die zugehörige Grenzkostenfunktion K' ist gegeben durch:

$$K'(x) = 0,5 \cdot x + 5$$

x ... Anzahl der produzierten ME

$K'(x)$... Grenzkosten bei x produzierten ME in GE/ME

- Zeichnen Sie den Graphen der Grenzkostenfunktion K' in der obigen Abbildung ein.
- Lesen Sie das Betriebsoptimum ab.
- Erstellen Sie eine Gleichung der zugehörigen Kostenfunktion K .
- Berechnen Sie die Fixkosten.

- b) Die Kosten für die Produktion der Pendelleuchte *Ecos* lassen sich näherungsweise durch eine Kostenfunktion K beschreiben:

$$K(x) = 0,05 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 155$$

x ... Anzahl der produzierten ME

$K(x)$... Kosten bei x produzierten ME in GE

Die Pendelleuchte wird zu einem fixen Preis von 9 GE/ME verkauft.

- Erstellen Sie eine Gleichung der zugehörigen Gewinnfunktion.
- Ermitteln Sie die Gewinn Grenzen.
- Ermitteln Sie den maximalen Gewinn.

- c) Für eine quadratische Gewinnfunktion G gilt:

$$G(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

x ... Anzahl der abgesetzten ME

$G(x)$... Gewinn bei x abgesetzten ME in GE

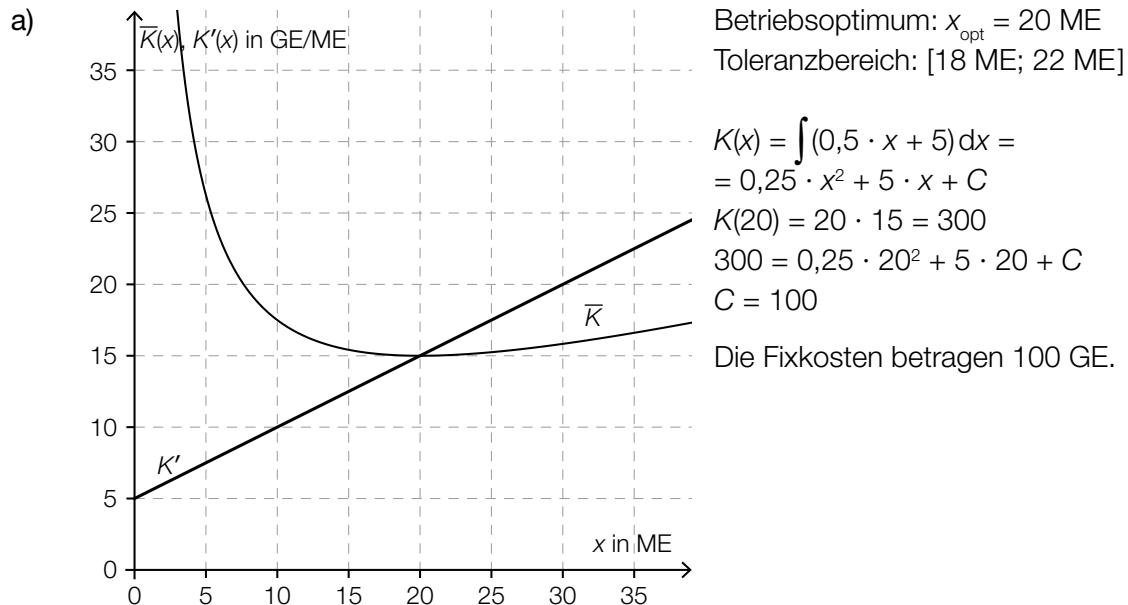
Es wird behauptet, dass die Extremstelle von G bei $x_0 = -\frac{b}{2 \cdot a}$ liegt.

- Zeigen Sie, dass diese Behauptung stimmt.
- Geben Sie an, welche Bedingung für den Koeffizienten a gelten muss, damit an dieser Stelle ein Maximum vorliegt.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg



b) $G(x) = E(x) - K(x) = 9 \cdot x - (0,05 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 155) = -0,05 \cdot x^2 + 6 \cdot x - 155$

$G(x) = 0:$

Lösen der Gleichung mittels Technologieeinsatz: $x_1 = 37,639... \text{ ME} \approx 37,64 \text{ ME}$,
 $x_2 = 82,360... \text{ ME} \approx 82,36 \text{ ME}$

$G'(x) = 0:$

$0 = -0,1 \cdot x + 6$

$x = 60$

$G(60) = 25$

Der maximale Gewinn beträgt 25 GE.

Eine Überprüfung, ob an der berechneten Stelle tatsächlich ein Maximum vorliegt, z. B. mithilfe der 2. Ableitung, ist hier nicht erforderlich.

c) $G'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

$0 = 2 \cdot a \cdot x_0 + b$

$\Rightarrow x_0 = -\frac{b}{2 \cdot a}$

Es muss gelten: $a < 0$.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × B1: für das richtige Einzeichnen des Graphen der Grenzkostenfunktion
1 × C: für das richtige Ablesen des Betriebsoptimums im Toleranzbereich [18 ME; 22 ME]
1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung der Kostenfunktion (ohne Berechnung der Integrationskonstanten)
1 × B2: für die richtige Berechnung der Fixkosten
- b) 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung der Gewinnfunktion
1 × B1: für das richtige Ermitteln der Gewinn Grenzen
1 × B2: für das richtige Ermitteln des maximalen Gewinns (Eine Überprüfung, ob an der berechneten Stelle tatsächlich ein Maximum vorliegt, z. B. mithilfe der 2. Ableitung, ist nicht erforderlich.)
- c) 1 × D: für den richtigen Nachweis
1 × A: für das richtige Angeben der Bedingung