

Dreiecksspannung*

Aufgabennummer: B_414

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Gegeben ist folgender periodischer dreieckförmiger Spannungsverlauf:

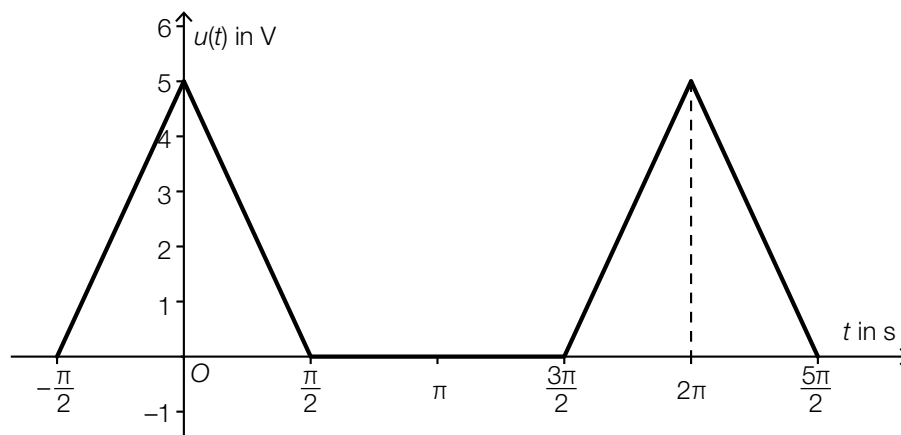
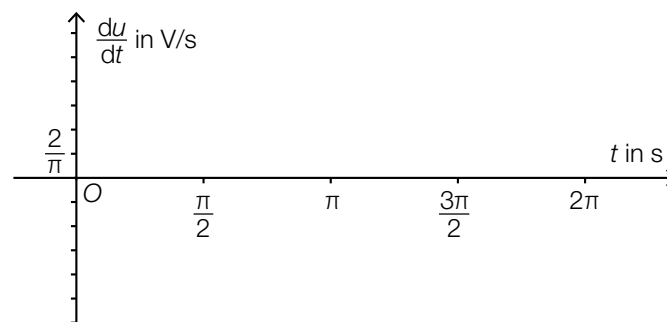


Abbildung 1

- a) – Erstellen Sie die Funktionsgleichungen des in Abbildung 1 dargestellten dreieckförmigen Spannungsverlaufs auf geeigneten Teilintervallen des Bereichs $0 \leq t \leq 2\pi$.
- Berechnen Sie den Effektivwert des in Abbildung 1 dargestellten dreieckförmigen Spannungsverlaufs.
- Veranschaulichen Sie die Ableitungsfunktion des in Abbildung 1 dargestellten dreieckförmigen Spannungsverlaufs im Intervall $0 \leq t \leq 2\pi$ im nachstehenden Diagramm.



- b) Der in Abbildung 1 dargestellte dreieckförmige Spannungsverlauf kann mithilfe einer Fourier-Reihe beschrieben werden.
- Argumentieren Sie anhand der grafischen Darstellung, warum die Fourier-Koeffizienten der Sinusschwingungen 0 sein müssen.
 - Ermitteln Sie den Gleichanteil der in obiger Abbildung 1 dargestellten Spannung.
- c) Der in der nachstehenden Abbildung 2 dargestellte rechteckförmige Spannungsverlauf mit Periode 2π hat einen Gleichanteil von 3 Volt (V).

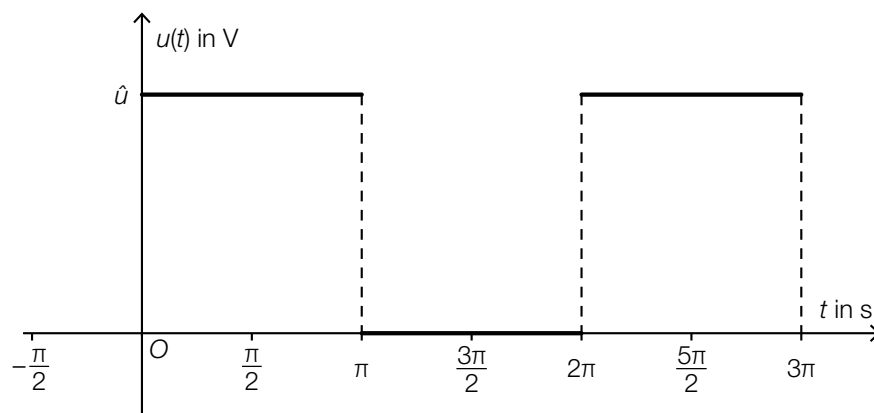


Abbildung 2

- Bestimmen Sie $\hat{u}$.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

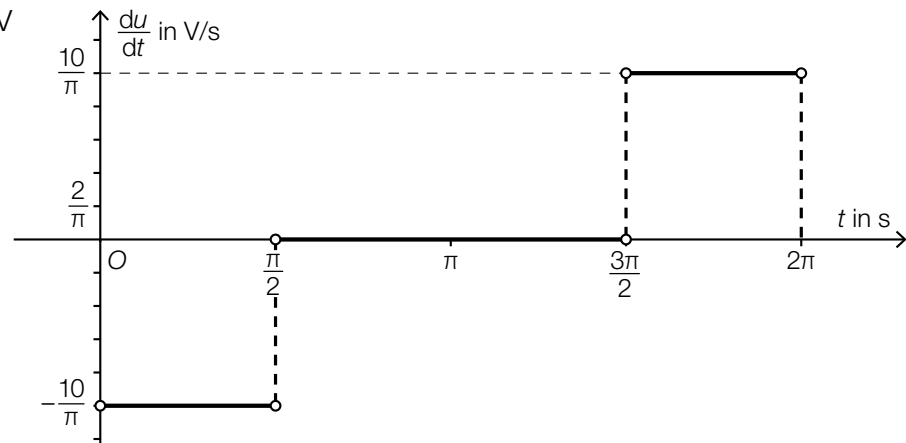
a)

$$u(t) = \begin{cases} -\frac{10}{\pi} \cdot t + 5 & \text{für } 0 \leq t < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{für } \frac{\pi}{2} \leq t < \frac{3\pi}{2} \\ \frac{10}{\pi} \cdot t - 15 & \text{für } \frac{3\pi}{2} \leq t < 2\pi \end{cases}$$

$$u_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{2\pi} \cdot \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(-\frac{10}{\pi} \cdot t + 5 \right)^2 dt + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} 0^2 dt + \int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} \left(\frac{10}{\pi} \cdot t - 15 \right)^2 dt \right]$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$u_{\text{eff}} = \frac{5}{\sqrt{6}} \text{ V} \approx 2,04 \text{ V}$$



Die Ableitungsfunktion $\frac{du}{dt}$ ist an den Sprungstellen nicht definiert. Es ist nicht gefordert, diese Definitionslücken zu berücksichtigen.

- b) Da der dargestellte Spannungsverlauf symmetrisch bezüglich der senkrechten Achse ist, handelt es sich um eine gerade Funktion. Daher sind die Fourier-Koeffizienten der Sinusschwingungen null.

$$\bar{u} = \frac{1}{2\pi} \cdot 5 \cdot \frac{\pi}{2} \text{ V} = 1,25 \text{ V}$$

c) $\hat{u} = 6 \text{ V}$

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung im Intervall $0 \leq t < \frac{\pi}{2}$
1 × A2: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung im Intervall $\frac{3\pi}{2} \leq t < 2\pi$
1 × B: für die richtige Berechnung des Effektivwerts
1 × A3: für das richtige Veranschaulichen der Ableitungsfunktion (Es ist nicht gefordert, die Definitionslücken zu berücksichtigen.)
- b) 1 × D: für die richtige Argumentation
1 × B: für das richtige Ermitteln des Gleichanteils
- c) 1 × A: für das richtige Bestimmen von $\hat{u}$